

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**  
**FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES**  
Departamento de Economía Financiera y Contabilidad I (Economía Financiera y Actuarial)



TESIS DOCTORAL

## **Estructura matemática de la empresa. Estabilidad y dinámica organizativa**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR  
PRESENTADA POR

**Purificación Hervás Burgos**

DIRECTOR:

**Salvador Lario Martínez**

Madrid, 2015

CDU: 658.012(043.2)  
330.4

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

IT

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

UCM

Departamento de Economía Financiera y Actuarial

1992

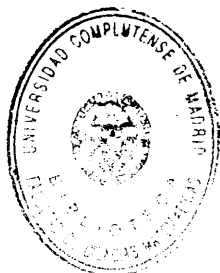


UNIVERSIDAD COMPLUTENSE



5324922742

**ESTRUCTURA MATEMATICA DE LA  
EMPRESA  
ESTABILIDAD Y DINAMICA  
ORGANIZATIVA**



Purificación Hervás Burgos

Madrid, 1992

Colección Tesis Doctorales. N.º 328/92

© Purificación Hervás Burgos

Edita e imprime la Editorial de la Universidad  
Complutense de Madrid. Servicio de Reprografía.  
Escuela de Estomatología. Ciudad Universitaria.  
Madrid, 1992.  
Ricoh 3700  
Depósito Legal: M-37233-1992

615230466  
I37438815

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**  
**FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES**  
**DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA FINANCIERA Y ACTUARIAL**

**ESTRUCTURA MATEMÁTICA DE LA EMPRESA**  
**ESTABILIDAD Y DINÁMICA ORGANIZATIVA**

**Tesis Doctoral presentada por:**  
**PURIFICACIÓN HERVÁS BURGOS**  
**Director: Dr. D. SALVADOR LARIO MARTÍNEZ**

## ÍNDICE

	<u>Página</u>
Capítulo I. INTRODUCCIÓN .....	1
I.1. Introducción general .....	1
I.2. Planteamiento general y objeto del trabajo ...	3
Capítulo II. ESTRUCTURA ORGANIZATIVA .....	8
II.1. Introducción .....	8
II.2. La organización y la naturaleza .....	9
II.3. Concepto y características de las estructuras ...	13
II.4. Enfoques de la estructura organizativa .....	15
II.5. Estructura de Empresa .....	19
II.6. Organigrama de estructura y funciones económicas .....	29

Capítulo III. ESTRUCTURA MATEMÁTICA DE LA EMPRESA	40
III.1. Introducción .....	40
III.2. Conceptos y definiciones .....	42
III.3. Estructura formal de la Empresa .....	59
III.4. Topología estructural en la Empresa .....	74
Capítulo IV. SISTEMAS INTEGRADOS DE ORGANIZACIÓN, INFORMACIÓN Y GESTIÓN EN LA EMPRESA .	86
IV.1. Introducción .....	86
IV.2. El sistema Empresa y sus subsistemas .....	89
IV.3. Análisis y diseño del sistema organizativo ....	93
IV.4. Análisis y diseño del sistema de Información .	105
IV.5. Análisis y diseño del sistema de Gestión .....	113
IV.6. Organización difusa de la empresa .....	116
Capítulo V. ENTROPÍA DE LA EMPRESA .....	126
V.1. Introducción .....	126
V.2. La entropía en la Termodinámica, Mecánica Estadística y Teoría de la Información .....	129

### III

V.3. El espacio de las configuraciones organizativas	138
V.4. Entropía de la Empresa .....	145
V.5. Equilibrio del sistema organizativo. Estabilidad	153
V.6. Estabilidad en los puntos próximos al equilibrio: estados de estabilidad estructural .....	163
V.7. Estabilidad en los puntos lejanos del equilibrio	169
 Capítulo VI. CAMBIO, CRISIS Y CATÁSTROFE .....	 177
VI.1. Introducción .....	177
VI.2. Norma, orden, crac y caos .....	178
VI.3. Cambio, crisis y Teoría de la Catástrofe .....	181
VI.4. Energía estructural en los casos de crisis y ca- tástrofe .....	198
VI.5. Ondas de choque. Fenómenos explosivos ....	202
VI.6. Los fenómenos de interacción espacial en las Ciencias Sociales .....	207
VI.7. El fenómeno de choque en un modelo de mer- cado gravitatorio de ventas al detall .....	210
VI.8. El fenómeno de choque en las organizaciones: Crac organizativo .....	222

VI.9. Adaptación, Anticipación y Predicción del cambio .....	233
Capítulo VII. LOS SISTEMAS EXPERTOS Y LA DINÁMICA ORGANIZATIVA DE LA EMPRESA .....	239
VII.1. Introducción .....	239
VII.2. El conocimiento en la Empresa .....	240
VII.3. Los ordenadores y la inteligencia artificial ...	241
VII.4. Lógica e inteligencia artificial .....	244
VII.5. Los sistemas expertos. La estructura lógica de árbol en la Empresa .....	252
VII.6. Base de conocimiento del sistema .....	262
VII.7. Inferencia lógica .....	270
VII.8. Búsqueda de conocimiento .....	277
CONCLUSIONES .....	282
BIBLIOGRAFÍA .....	284



## **CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN**

### **I.1. INTRODUCCIÓN GENERAL**

La limitación de recursos físicos e intelectuales consustanciales al ser humano modelan la historia y condicionan la existencia del hombre, obligándole a crear organizaciones y mecanismos de defensa, de autorregulación, para poder satisfacer en forma óptima sus necesidades.

La cultura, religión e idioma son factores determinantes en las organizaciones sociales del mundo pues crean nexos de convivencia entre las personas, como también los crea la ideología, geografía o nacimiento común, los intereses afines, las necesidades o carencias, etc., produciéndose en cualquier caso una cohesión y unos lazos que tienden a agrupar a las personas formando organizaciones básicas, que son el germen de realidades u organizaciones sociales más complejas cuando se amalgaman todos esos factores aglutinantes.

En este proceso creador organizativo va naciendo y se va modelando la historia de la humanidad, desde la familia como germen de partida, pasando por las comunidades de vecinos o aldeas, ciudades, naciones, comunidad de naciones, etc., se va tejiendo todo el entramado económico, social y político del mundo.

Las personas se agrupan con sus semejantes para aprovechar la sinergia de la integración, dar rienda suelta a emociones y pensamientos comunes, buscar protección y seguridad, repartir cargas y beneficios, en suma, y muy importante, disfrutar de servicios y recursos comunes que la asociación en grupo aporta.

La convivencia primaria en grupos básicos diferenciados disjuntos, tipo familia, aldea, ciudad, etc., no es suficiente y no satisface todas las necesidades y exigencias individuales, pues los recursos no están al alcance directo de las personas ni de un grupo básico concreto, y por otra parte existen servicios comunes que hay que explotar en forma comunal con la intervención del Estado, y aun siendo así no basta, y la humanidad se ve obligada a crear organizaciones independientes, con personas de distintos grupos, para conseguir el aprovechamiento óptimo de recursos productivos y de servicios. Por otra parte, los bienes producidos han de ser distribuidos entre las distintas organizaciones sociales básicas, por lo que se impone el trueque o intercambio comercial, o simplemente el reparto altruista.

Todo este proceso de agregación interrelacionada origina el entramado social y económico del mundo, y nos lleva a la realidad de la empresa como organización. La empresa es, por tanto, un ente económico-social cuyo objeto es producir bienes o servicios en forma óptima a partir de unos inputs, de unos recursos limitados de materiales, mano de obra y capital, que se han de combinar armónicamente para producir como output unos beneficios que han de ser repartidos entre cada uno de los agentes económicos o sociales que intervienen en el pro-

ceso en función del servicio prestado a la organización. En la empresa estrictamente social el beneficio, netamente espiritual, es asumido en forma global por la organización, si bien cada componente es partícipe del mismo a tenor de su intervención.

En esta tesis intentamos hacer un estudio general, matemático, y un análisis de la empresa como organización, que abordamos en el capítulo siguiente.

## **1.2. PLANTEAMIENTO GENERAL Y OBJETO DEL TRABAJO**

Este trabajo contiene resultados de índole diversa, obtenidos mediante recursos y procedimientos de varias ramas de la matemática; lo que se pretende es comprender los mecanismos matemáticos de la empresa y una promesa implícita de que un enfoque científico sobre ciertos problemas de la empresa puede ser posible.

El objetivo básico de esta tesis es formular y caracterizar en términos matemáticos el sistema organizativo de la empresa, creando un modelo abstracto que la represente, concebir y definir la estructura matemática tanto la formal, como la informal o la difusa, estudiar su evolución en el tiempo determinando sus puntos de equilibrio y estabilidad, analizar las causas y efectos de las crisis, conflictos, crac y catástrofes organizativos para evitarlos o paliarlos y, en general, modelizar

toda la problemática organizativa de la empresa, teniendo en cuenta el marco de referencia impuesto por el sistema económico, político y social, en el que se supone inmersa.

Dentro del amplio espectro de cuestiones incluidas, nuestra preocupación se ha centrado en las ideas que mantienen a la organización como es y en aquellas que la transforman.

Los aspectos dinámicos de la estructura se explican por los procesos internos e incorporación de formas como la dirección participativa, las conductas competitivas, el apoyo y desarrollo de la energía innovadora en los recursos humanos desplazando la estructura desde sus posiciones de origen, en oposición a las estructuras cristalinas. Los procesos implicados en este nivel teórico han sido de crecimiento lineal de las teorías, la toma de decisiones, la motivación del personal, el tratamiento de la información y el ejercicio del poder. El cambio en estos procesos significa la incorporación de nuevos ligamentos o enlaces entre las partes para lograr estructuras más flexibles.

Objetivo complementario de este proyecto, más general y abstracto pero incipiente hoy día y consecuencia del anterior, es el establecer las bases de una teoría matemática de la organización.

Este planteamiento interdisciplinar de la empresa y de las organizaciones en general con la complejidad que ello comporta, nos traslada a otras ciencias y nos obliga a utilizar conocimientos, aspectos conceptuales, métodos e instrumentos de diversas ramas del saber. Enlazan con nuestro objeto de estudio la teoría de sistemas, teoría de la organización, estadística, teoría matemática de la información, teoría de la decisión, economía de la empresa, optimización, teoría de grafos y redes, teoría de conjuntos y estructuras algebraicas, topología, inteligencia artificial y sistemas expertos, así como la teoría de las catástrofes, la termodinámica del desequilibrio, teoría de la estabilidad y técnicas cuantitativas de la dinámica de sistemas. Consecuencia del planteamiento general indicado y de los puntos fundamentales a desarrollar en esta tesis para conseguir los objetivos apuntados se ha estructurado este estudio en siete capítulos.

El primer capítulo es introductorio y no tiene más finalidad que hacer un planteamiento general y definir el objeto del trabajo.

En el segundo capítulo hacemos una síntesis descriptiva de conceptos relacionados con la estructura organizativa de la empresa.

En el capítulo tercero, tomando como referencia esa visión descriptiva de la empresa y a partir de conceptos matemáticos de la teoría de sistemas y teoría de redes y grafos creamos un modelo abstracto de organización de una empresa

tipo, destacando su estructura matemática y su carácter topológico en el marco del análisis funcional.

En el capítulo cuarto analizamos en términos matemáticos la dinámica organizativa de la empresa en un enfoque de multisistema, como sistema de organización, sistema de información y sistema de gestión, y estudiamos su integración con vistas a la optimización dinámica, así como la organización informal de la empresa vía lógicas difusas y multivaloraciones de Lukasievick.

En el capítulo quinto establecemos el concepto de entropía de la empresa para estudiar la degradación organizativa y envejecimiento de la empresa durante su funcionamiento, haciendo previamente una síntesis del concepto de entropía en términos termodinámicos, de mecánica estadística y de teoría de la información. Esto nos sirve para estudiar la evolución del sistema organizativo de la empresa y su tendencia al equilibrio, así como la estabilidad en el equilibrio a partir del concepto de estabilidad de Liapunov.

En el capítulo sexto analizamos las crisis de organización en la empresa, los conflictos organizativos, el fenómeno de choque y el crac organizativo en la empresa a partir de las ondas de choque de la física de los medios continuos y de la teoría de las catástrofes de René Thon.

Finalmente, en el capítulo séptimo, se analiza la empresa como un sistema experto integrado y se sientan las bases para crear un modelo de sistema experto organizativo utilizando conocimientos de inteligencia artificial y de programación en lenguaje LISP.

Por último se establecen unas conclusiones que comprenden un decálogo de las aportaciones más fundamentales de este trabajo en el campo de la organización científica.

## **CAPÍTULO II: ESTRUCTURA ORGANIZATIVA**

### **II.1. INTRODUCCIÓN**

En la naturaleza se observan muchos ejemplos de realidades que presentan una organización. El mundo físico y el biológico nos tienen tan acostumbrados a ello que a veces no reparamos de su existencia. Las organizaciones humanas toman ideas, lenguajes, diseños del medio en el que están inmersas, pudiéndose establecer un isomorfismo de organizaciones entre el conjunto de relaciones que otorgan cohesión, permanencia y continuidad.

Necesitamos conceptos que expliquen el funcionamiento de las organizaciones como base para el desarrollo de nuevas formas de dirección, de estabilidad y tratamiento efectivo de conflictos.

Es necesario analizar las organizaciones, los elementos que constituyen el sistema, sus transformaciones en el tiempo. Se hace con la lógica de los sistemas cerrados y de la recurrencia en las relaciones de organización ya que éstas refuerzan los rasgos constitutivos del sistema.



El enfoque no propone la división entre lo interno y lo externo, la empresa penetra en los mercados y existe una presión irresistible de las revoluciones tecnológicas sobre la misma; se puede definir una aplicación en ambos sentidos.

El concepto de estructura se utiliza para destacar los cambios en las conductas que exhiben las organizaciones en el tiempo y los acoples que ellas establecen con otros grupos sociales de su entorno.

Para las teorías tradicionales, la parte menos variable de una organización en cuanto a sus relaciones con el medio parece ser la llamada finalidad del sistema, ¿a qué se dedica?; aquí se trata de construir un modelo distinto de organización empresarial para estudiar más adelante distintos aspectos de la misma desde el punto de vista matemático.

## **II.2. LA ORGANIZACIÓN Y LA NATURALEZA**

La organización es un aspecto fundamental de la naturaleza. El orden es lo que une a los elementos separados o a los subsistemas en un todo que funciona coherentemente; lo opuesto es el desorden, el azar y el caos.

Una organización llega a serlo en un momento y lugar determinado como una función de un campo de fuerzas, entre las que se incluyen las acciones humanas

con un fin determinado. La organización y el campo son congruentes en ese momento y lugar.

Las organizaciones como organismos vivos tienen etapas de concepción, nacimiento, crecimiento, madurez, senilidad y muerte, y como las especies se ajustan a distintos ambientes a lo largo del tiempo; en términos isomórficos se establece una similitud estructural y funcional con las leyes naturales.

La representación de la trayectoria a lo largo del tiempo suele ser lineal y esto es así por ser una representación fácil. En general, los modelos que se emplean son lineales o una aproximación lineal de los mismos. La realidad no es lineal y muchas de las etapas de crecimiento presentan una forma exponencial; ejemplos de actividades no lineales los tenemos en la fabricación y venta de productos o en el interés compuesto del dinero.

El crecimiento se representa por medio de una curva logística en forma de S, caracterizada por tres fases. La primera es lineal, la segunda casi lineal y la tercera crece en menor proporción hasta la aproximación con la asíntota; el punto de inflexión donde empieza a reducirse la tasa de crecimiento se encuentra hacia la mitad de la curva. La falta de recursos, la saturación del mercado impide que el crecimiento aumente indefinidamente.

Los problemas de una organización son consecuencia natural de la propia estructura, actividad y política. Algunas organizaciones nuevas nacen con una estructura obsoleta, con una burocratización e ideas que nada tienen en común con el proyecto de su fundación, otras la alcanzan por la incongruencia entre el poder y las comunicaciones.

A través del tiempo la organización y el campo de fuerzas se vuelven cada vez más congruentes debido a que los procesos iniciales comunes divergen entre sí.

Las organizaciones, como los seres vivos, envejecen y pueden fracasar debido a formas de pensar caducas, fe infundada en soluciones tecnológicas, falta de capital, etc. Estos problemas de envejecimiento y obsolescencia no suelen presentarse por separado. Cada síntoma refuerza a otros y éstos al modelo que incorpora otros elementos aumentando la velocidad hasta que traspasa un umbral y el sistema se derrumba.

El futuro de las organizaciones será una función del pasado y del presente así como de las fuerzas futuras. Estas fuerzas, así como los conflictos y tensiones son internos y externos a la organización. Sus antecedentes históricos desde 1800 hasta ahora aparecen más marcados por la continuidad que por la discontinuidad.

La empresa como grupo social puede ser comparada con un organismo vivo, posee finalidad y cohesión. El primer fin de la empresa no es sólo la búsqueda de beneficio, es la supervivencia de la misma. Como ser vivo está dotada de instinto de conservación que equilibra la tendencia al riesgo inherente al instinto de expansión. Posee un sistema de información de flujos de materia y energía sujetos a una variable del metabolismo. Existe, por tanto, un homomorfismo funcional con los seres vivos mas que una analogía. Los trabajos de K. Lewin (1941) sobre la evolución del crecimiento de un niño tienen similitudes paralelas con los de Mason Haire (1959) sobre la expansión de empresas.

En la empresa la curva de crecimiento de la misma no se pretende aproximarla a la asíntota, sino que el sistema se estabilice en el entorno del punto o puntos de equilibrio. Si la analizamos junto con los organismos vivos en un período largo de estabilidad ni la una ni los otros necesitan cambiar demasiado. Sin embargo, en un período determinado de tiempo han de adaptarse con rapidez o sucumbir a la extinción como ocurrió en períodos históricos con las civilizaciones, los grandes mamíferos, los reptiles o empresas desaparecidas por no adaptarse a las nuevas tecnologías.

### II.3. CONCEPTO Y CARACTERÍSTICAS DE LAS ESTRUCTURAS

El concepto de estructura se refiere a la forma de relación existente en el espacio-tiempo en un instante dado entre las partes, las funciones y las actividades de la organización.

La estructura se considera como la materialización en el aquí y ahora concretos de la identidad de la organización. La estructura pasa a ser el modelo como se presenta una organización frente a cada circunstancia de su devenir, pero siempre condicionado por los rasgos de invariancia. Por ejemplo, los principios de solidaridad en las cooperativas o de seguridad en los bancos no pueden ser vulnerados sin poner en riesgo la existencia de estas organizaciones.

La historia de las interacciones de cada organización con su medio, su cambio estructural, se hace sin afectar su identidad. Se utiliza el concepto de estructura en su doble carácter: de subordinación a los rasgos de identidad del sistema que es la componente estática del concepto de estructura y de acople con otros sistemas del entorno e interacción entre elementos componentes del conjunto que es la componente dinámica del concepto. El medio no se toma como determinante de las transformaciones internas, sino como un agente disipador o perturbador que es procesado por los modos internos de relación establecidos en el sistema. Si representamos las relaciones en el eje del tiempo, la sucesión de estructuras a

lo largo del mismo constituye la ontogenia del sistema. Ella permite conocer las invarianzas en los procesos de cambio histórico.

Las estructuras que se analizan en un instante dado son algunas de las configuraciones del conjunto posible de estructuras. A este conjunto se le reconoce como plasticidad estructural de los sistemas. Por tanto, las estructuras no son sólo las formas de relación y las reglas de transformación que se observan en un instante dado en la organización sino también las consideradas o percibidas como posibles por los participantes y que forman parte de sus conductas alternativas.

En el análisis de las organizaciones para definir el alcance del concepto de estructura es necesario utilizar la idea de sincronismo; significa que las ideas son las percibidas por el observador. Ello no implica que las relaciones existan o se estén produciendo en el momento de la observación. La descripción de las estructuras a través de este análisis tiene una cota que es la imposibilidad de percibir todas las interacciones en forma simultánea en el instante que éstas ocurren.

La estructura organizacional está constituida por las relaciones establecidas entre personas. Sus fines, modos tecnológicos y las formas de intercambio en el entorno, así como también las normas y valores establecidos en la organización.

Las estructuras son estabilizadoras en el sentido que permiten absorber y compensar las fluctuaciones menores en el funcionamiento de la organización, tales como las derivadas de crisis locales y transitorias. Son innovadoras en el sentido que, más allá de cierta dimensión crítica en las perturbaciones, en zonas alejadas del equilibrio, las estructuras incorporan los cambios y transforman los modos de relación entre los participantes. Estos aspectos estabilizadores muestran la forma en la que las estructuras intervienen en la vida de las organizaciones.

#### **II.4. ENFOQUES DE LA ESTRUCTURA ORGANIZATIVA**

Las ideas, contribuciones, nivel de evolución y características de las organizaciones hasta 1880, adquieren un nivel secundario frente a las producidas a partir de esa fecha. El contexto histórico ha influido de manera notable en los distintos enfoques que se han dado a las organizaciones. La ciencia organizativa no se ha desarrollado en forma lineal, ha evolucionado oscilatoriamente a través de los distintos movimientos. Cada uno de ellos se desarrolla en reacción contra el que le precede integrando al mismo tiempo alguna de sus partes.

Las escuelas representan los principios ideológicos de la empresa, reposan sobre postulados más o menos específicos. No se trata de hacer un estudio exhaustivo de las distintas corrientes de pensamiento sino de considerar las ideas diferentes y complementarias que han llevado al actual movimiento sistemático.

A finales del siglo pasado aparece el capitalismo financiero, con él la concentración económica, los avances tecnológicos de la época permiten la expansión productiva. Surge la gran empresa.

Durante varias décadas se citó ejemplos de diseño de las organizaciones del siglo XX como modelos universales. Esas formas eran la estructura funcional de Henry Fayol, regida por el trabajo eficiente o la administración de Frederick W. Taylor y de los Gilbreths, la burocracia de Max Weber y la descentralización de autoridad y centralización de control de Alfred P. Slom, Jr, en General Motors, entre otras.

Se aplicaron a organizaciones que se caracterizaban por

- a) La especialización de funciones, puestos, personal.
- b) La responsabilidad del personal asociada con el aprendizaje, procedimiento y reglas específicas.
- c) La estructura y el control jerárquicos estrictos, suavizados por la descentralización.

Esta estructura organizacional se ajusta bien a un ambiente característico de la época. La maximización de objetivos de la empresa es la causa principal. Ello implica una estructura formal rígida donde no existen relaciones entre la empresa y su entorno. La empresa se concibe como un sistema cerrado. Esto puede



hacerse por carecer de legislación social de fuerzas sindicales fuertes y contar con una estructura de mercado de trabajo en el que predomina la oferta sobre la demanda de forma absoluta.

En la década de 1920 la cadena búsqueda de la productividad -técnicas de eficacia- incrementos económicos, deriva en conflictos -falta de productividad- agotamiento de las técnicas clásicas. Se introduce la organización informal que pone su acento sobre el grupo no sobre el individuo, la decisión se descentraliza y la fuerza de integración es la confianza no la autoridad. Se busca una armonía en la empresa.

Los métodos cuantitativos basados en una serie de disciplinas matemáticas aplicadas en el campo militar por los Estados Unidos se extienden a Europa en el entorno de 1950 aplicándose a las empresas privadas. Se crean modelos matemáticos o simulados basados en la abstracción de problemas contando con un impulso eficaz: el desarrollo de la cibernética.

La problemática de las empresas que han alcanzado un estado avanzado de desarrollo y que interactúan con su entorno no les sirven las técnicas tradicionales, se apoyan en otras como la dinámica de sistemas de Forrester, la cual parte de una visión global de la empresa teniendo en cuenta la interrelación entre los componentes de la misma y su entorno, considerándola como un sistema abierto donde

- a) Los distintos elementos están interconectados entre sí por relaciones frecuentemente no lineales, algunas de las cuales se cierran formando bucles.
- b) Los objetivos empresariales son múltiples y frecuentemente en conflicto.
- c) La organización ha de ser flexible por presentarse el ambiente cambiante.
- d) La empresa se comporta obedeciendo a una estructura interna y a la interacción con el medio.

Afirma Ludwig von Bertalanffy que la teoría general de sistemas tendrá que desarrollarse por interacción de procedimientos empíricos, intuitivos y deductivos. Estos procedimientos, junto con los ya clásicos son los que han de resolver los problemas.

Formando parte del movimiento sistémico no sólo hay que considerar los sistemas integrados sino también los sistemas celulares que provienen de la fragmentación de un gran sistema en una galaxia de pequeños sistemas estimuladora de crecimiento y empleo. Las células se desarrollan confortadas por la potencia financiera y tecnológica o comercial del grupo y por su adecuación a un ambiente local; ha sido aplicado en organizaciones americanas y japonesas. Esta estructura sólo es posible si las mentalidades, las condiciones administrativas y bancarias lo permiten.

¿Cuál es la estructura más adecuada? Una organización, una escuela, una doctrina no son buenas por ellas mismas, están más o menos adaptadas a las condicio-

nes externas (mercado, ecología, concurrencia) combinaciones de estilos y escuelas diferentes; por ejemplo, la investigación y desarrollo pueden ser autónomos, la producción centralizada y la venta descentralizada por objetivos. Las tentativas han sido hechas para conciliar las estructuras a las estrategias y al mercado.

## **II.5. ESTRUCTURA DE LA EMPRESA**

### **5.1. El sistema empresa**

Consideramos la empresa como un sistema de transformación de inputs en outputs, operando conforme a ciertos objetivos que le son fijados o definidos.

El considerar la empresa como un sistema consiste esencialmente en tener en cuenta el concepto de interrelaciones, por una parte entre las componentes del sistema y, por otra, entre estas componentes y su entorno, presentándolo como un sistema integrado dotado de una estructura en el que destacamos:

- a) La empresa está concebida como un todo, cualquier variación en una de sus partes incide en el conjunto del sistema gracias a una red de información neutra y omnipotente.

- b) La información es transparente y accesible a todos, evitando con ello los malentendidos.
- c) La planificación puede tener en cuenta informaciones de base, en un estado centralizado en varias etapas.
- d) En la cima del sistema una base de datos integrada realiza una red ramificada con modelos potenciales de simulación y previsión, lo que permite a los dirigentes planificar sus decisiones de forma óptima.
- e) Una cierta libertad concedida a las unidades locales, con el fin de que se puedan acoger a la transparencia en las decisiones, alineación con las normas del grupo, reconocimiento de casos y modos de control, de opiniones informáticas y organizacionales, de estrategias. La autoconurrencia no planificada por el grupo está en entredicho.

Desde el punto de vista global identificamos cuatro componentes esenciales en el sistema empresa.

- El sistema técnico, encargado de la transformación de inputs en productos o servicios.

- El sistema psico-sociológico considera a los miembros de la empresa como individuos con su propia psicología por una parte y, por otra, como actores con poder organizativo.
- El sistema de gestión considerado como el conjunto de decisiones que finalizan, organizan y animan las acciones colectivas de personas o de grupos de personas que realizan las actividades que le son asignadas en una organización. Este sistema de gestión está muy ligado a la estructura organizativa y la distinción en la práctica es algunas veces difícil. Generalmente el carácter de los sistemas de gestión es más dinámico.
- La estructura organizativa que en primera aproximación podemos considerarla como la que define las normas fundamentales de la organización les asegura su estabilidad, su unidad y le da sentido, aunque hay diversas definiciones de la misma.

## **5.2. La estructura organizativa**

Las diversas aproximaciones de este concepto pueden estudiarse desde tres puntos de vista: el dominio de la estructura, su estabilidad y su carácter formal e informal.

**Dominio de la estructura**

Según diversos autores, el concepto de estructura hace referencia

- a) A la descripción de servicios, informes, así como a las ligaduras jerárquicas entre los jefes a diverso nivel (J. Aubert-Krier).
- b) Al esquema de repartición de tareas y de responsabilidades en el interior de la empresa (G. Pedraglio).
- c) Al modo de división del trabajo en un cierto número de tareas y la coordinación entre ellas (H. Mintzberg).
- d) A las vías jerárquicas y de comunicación entre los diferentes niveles y cuadros administrativos, a las informaciones dadas circulando por el canal de estas vías. (A.D. Chandler).
- e) Al modo de división del trabajo, localización de criterios de decisión, modo de ejercer la autoridad, redes de comunicación, sistema de solución de conflictos e integración social (O. Gelinier).

Estas definiciones muestran que el concepto de estructura puede ser abordado de manera más o menos amplia. Se designan tres ejes complementarios: el de

las tareas y actividades, el del centro de responsabilidad y de autoridad y el de las comunicaciones y las relaciones.

En la estructura de un conjunto económico es relevante la red de ligaduras que unen entre si las unidades simples y las complejas.

#### **Carácter estable de las estructuras**

El término estructura implica idea de estabilidad y de permanencia. Una característica tradicional de la estructura es que constituye el cuadro de funcionamiento de la empresa, la parte estática de la organización.

Es necesario crear zonas de estabilidad que permiten una regularidad del funcionamiento. Aquí la estructura traduce un estado de equilibrio entre las estrategias de poder que se presentan.

La estabilidad de la estructura organizativa es remisa en cuanto al hecho de que exista inestabilidad en el entorno de la empresa. Hace falta que la empresa estructure sus tareas en función del entorno con el cual tienen cambios los diferentes sectores. Esto conduce a que las líneas de la estructura actual sean flexibles.

**Carácter formal-informal de la estructura organizativa**

Esta distinción se hace más sobre la organización en general que sobre la estructura. Según algunos autores existen aspectos distintos.

J.P. Simeray considera que "los textos de organización definen la estructura de la empresa y determinan los procedimientos de funcionamiento. De estos textos procede la red de ligaduras formales ... Agrega que otras ligaduras formales pueden instaurarse entre las ligaduras, de hecho se les llama informales". La distinción entre formal-informal reside aquí en la existencia de documentos escritos.

F.E. Kast y J.E. Rosenzweig consideran: "la estructura formal es típicamente la consecuencia de una toma de decisiones explícitas. La organización informal hace referencia a los aspectos del sistema que no están formalmente presentados, pero que aparecen espontáneamente". Aquí es la voluntad de la dirección la que constituye el criterio de distinción.

A. Etzioni: "La estructura informal es realmente la vida en la organización distinta del modelo y del organigrama oficial".



El término de estructura real está reservado para designar la estructura que funciona en la realidad, que es el resultado de la estructura formal y de las relaciones informales.

Terminamos con las definiciones de estructura organizativa, considerando que corresponden al conjunto de mecanismos que dispone conforme a la voluntad implícita o explícita de la dirección, a fin de permitir por una parte la especialización de las tareas y por otra su coordinación, de tal manera que sean atendidos los objetivos de la empresa. Esta estructura organizativa integrada por su estabilidad relativa, las normas y los valores de la organización, constituye una realidad concreta del sistema empresa y se encuentra en interdependencia con los otros sistemas componentes.

#### **Las variables**

Caracterizan a la estructura organizativa, al contexto y a la eficacia del sistema empresarial.

#### **Variables de estructura organizativa**

Las características de las estructuras organizativas podemos agruparlas en los siguientes aspectos: la forma estructural, la formalización de reglas y procedimientos, la toma de decisiones y la planificación y control. Esta partición de las

características de la estructura en forma de subconjuntos está inspirada en diversos trabajos de la teoría de la organización.

La forma estructural constituye el esquema de definición del conjunto de relaciones y servicios, traduce los criterios de especialización y reagrupación de tareas en el sentido de la organización. Define no sólo la especialización funcional sino también las dimensiones horizontal y vertical de la estructura.

Las variables incluidas en este aspecto de la estructura organizativa hacen referencia directa a las aproximaciones clásicas y neo-clásicas de las organizaciones. Proporcionan los criterios de departamentalización, tipo de organigrama y abanico de subordinación.

La formalización está asociada al modelo burocrático, precisa la importancia de los recursos escritos; en las comunicaciones internas, en el papel a desarrollar por los miembros de la empresa, en las reglas y procesos en general que rigen el funcionamiento de la organización.

La toma de decisiones es uno de los aspectos de la estructura organizativa que hace referencia a la toma de decisiones en el sentido del árbol jerárquico que conlleva el organigrama y al carácter participativo de las mismas. La centralización o descentralización se perfila en el hecho de la repartición del poder en la empresa.

La planificación y el control son dos etapas extremas en el proceso de desarrollo de las estructuras organizativas. En una empresa hay que definir los objetivos y los medios de control de la misma, los mecanismos de ambos son a menudo comunes.

Estas variables permiten saber el estado de la estructura organizativa, así como su evolución en el tiempo próximo. Es esencial señalar que la estabilidad que caracteriza la estructura es relativa y que no excluye la evolución de los parámetros que la definen. Esta evolución puede estar en el contexto o en la dirección o en ambas.

#### **Variables del contexto**

Definimos el contexto de la estructura organizativa como el entorno de la misma; es la parte interna y la parte externa de la empresa, la identidad de la empresa influye en la definición de la estructura organizativa y se puede tomar desde el punto de vista demográfico, de la dirección, de la tecnología y de la parte externa a la misma.

En la identidad de la empresa dos aspectos están separados, el concerniente a datos demográficos: talla, edad y nacionalidad y el concerniente a la dirección: su origen, parte de responsabilidades entre dirección y propiedad, así como las características personales de los dirigentes: su edad y formación.

La tecnología está basada en el carácter técnico del sistema de transformación de inputs en outputs. Los aspectos más destacados son la actividad de la empresa, la continuidad de los procesos de producción, el automatismo, la información y la rigidez del proceso de transformación.

La parte exterior incluida en el contexto de la estructura organizativa está basada en actitudes, hostilidad del medio, tanto desde el punto de vista global como comercial o de producción y en la actitud de los dirigentes hacia el medio.

#### **Las variables de eficacia**

La eficacia a nivel de empresa se toma en su totalidad. Se distinguen tres tipos de medida complementaria, eficacia económica, social y organizativa. La eficacia organizativa hace referencia al funcionamiento de la estructura; estos tres tipos de eficacia se les puede considerar como subconjuntos de la misma.

La eficacia económica concierne en el sentido particular a los resultados de la empresa sobre su marcha, mientras que la eficacia social aporta los resultados de la empresa en el dominio social, la eficacia organizativa representa el resultado del funcionamiento interno de la estructura. Hay que considerar que los diferentes aspectos de la eficacia son interdependientes.

Las variables que se han analizado son limitadas. Hay dos aspectos que no deben olvidarse, la estrategia de la empresa y la cultura organizativa que influyen en la estructura.

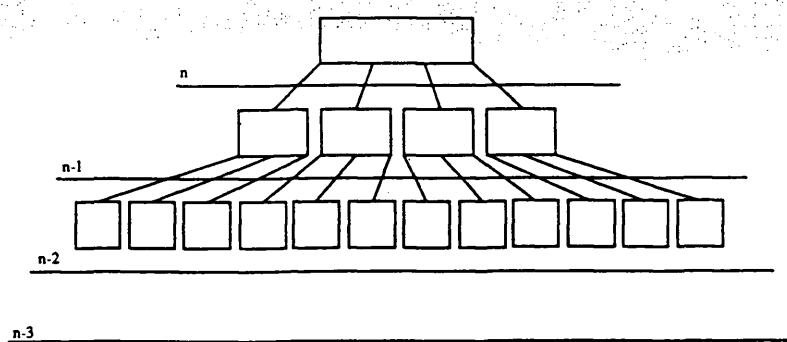
## II.6. ORGANIGRAMA DE ESTRUCTURA Y FUNCIONES ECONÓMICAS

Una organización es un campo de fuerzas, una red. Las figuras que se usan, rectángulos, líneas, flechas, signos y símbolos geométricos captan débilmente la naturaleza holística y dinámica de la organización.

Habitualmente la estructura figura en un organigrama. El crecimiento y desarrollo socioeconómico, la proliferación de medios informativos y robóticos lleva necesariamente a un cambio en la representación de las organizaciones. Aunque no es posible establecer una ley rigurosa de causa-efecto entre organigrama y resultados, el conocimiento de algunas reglas creadoras de estructura permitirá en algunos casos limitar riesgos o fracasos.

En el organigrama se representan las relaciones formales y declaradas entre los miembros de una organización, empresa, administración, etc. Estas relaciones de trabajo deben distinguirse de las sociológicas que son tratadas en sociogramas y en diagramas de influencias.

El organigrama se presenta generalmente como un grafo donde los puntos o vértices representan los puestos de trabajo, las aristas las relaciones entre los puntos. Cuando estas relaciones son de subordinación el grafo está orientado y lo representamos como un árbol invertido. Como útiles de trabajo deben de ser completos y detallados y si se utilizan como comunicación deben de adaptarse al mensaje.



**Definiciones y conceptos base**

**Puesto.** Plaza ocupada por un responsable. Figura en una caja del organigrama.

**Función.** Reagrupamiento de actividades según la naturaleza, función administrativa, financiera, comercial, etc. Un puesto puede contener varias funciones, por ejemplo financiera y comercial.

**Papel, tarea, operación, actividad.** Designa el agrupamiento de niveles diversos. Una tarea comprende un conjunto de operaciones orientadas hacia un fin; una actividad, una categoría homogénea de tareas; un papel, un conjunto coherente de actividades.

**Carta.** Documento que define para cada puesto la naturaleza de funciones, papeles, actividades, tareas y operaciones, lo mismo que las responsabilidades asumidas y las fronteras de competencia.

**Los puestos**

**Puesto jerárquico.** Conciernen a la actividad principal de la empresa, la venta en unos grandes almacenes. Se distinguen los puestos operacionales que están directamente en el terreno y puestos dirigentes destinados a orientar, supervisar y coordinar la actividad de estos últimos. Los puestos jerárquicos controlan la

actividad de la empresa. La supresión de un puesto jerárquico y de todos los puestos operacionales suprime ipso facto una actividad vital de la empresa.

**Puesto funcional.** Relativo a las operaciones indispensables en la empresa. Puede ser suprimido o reemplazado. Esto no significa el fin inmediato de la actividad, ejemplo, la informática, las relaciones sociales.

**Puesto de estado-mayor o de staff.** Está destinado a descargar a otros puestos facilitando el acceso a ciertas informaciones o redes de comunicación. Ejemplo, consejo jurídico, relaciones públicas, consejeros de administración.

**Puesto de servicios.** Ciertas actividades son delegadas eventualmente al exterior. La responsabilidad está repartida entre el prestatario y el utilizador. El primero es responsable de la calidad del servicio y el segundo de la calidad de la cosa prestada, de fijar el contrato y del control del mismo. Ejemplo, la facturación.

**Puesto de operaciones.** Directamente en contacto con el terreno. Ejemplo: vendedores, obreros. Este puesto en la realidad también puede encontrarse en niveles altos. Ciertos dirigentes están directamente implicados en negociaciones.

**Puesto de manejo.** Está destinado a simultanear la productividad de operaciones, orientar y coordinar la acción.



**Puesto de control.** Destinado a prevenir distorsiones, errores, etc. Ejemplo: auditores, agentes de seguridad.

### **Las ligaduras**

Son las relaciones profesionales entre puestos. Están generalmente orientadas por arcos.

**Ligadura jerárquica (lineal).** El puesto de arriba manda al puesto de abajo. Esta relación de subordinación forma la pirámide jerárquica.

**Ligaduras funcionales (staff).** Controla decisiones específicas de los puestos bajos en ciertos dominios o competencias. Ejemplo: informática centralizada.

**Ligadura de apoyo.** El puesto de arriba situado en las proximidades o en una filial se beneficia de consejos o de competencias, las filiales le consultan. Por ejemplo, una base de datos.

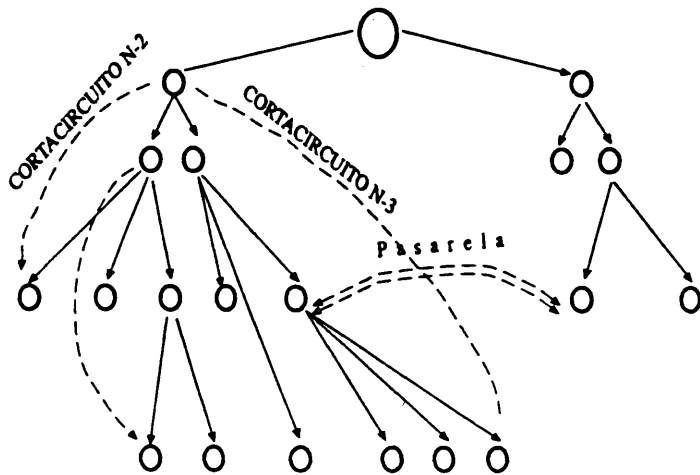
**Ligaduras de servicio (logísticas).** El puesto superior toma a su cargo funciones del puesto inferior o parte de sus actividades a fin de beneficiarse de una sinergia o de una economía de escala. Estas ligaduras pueden ser coercitivas como las ligaduras jerárquicas y funcionales si el servicio está impuesto.

**Ligaduras de subtrato.** Es un caso extremo de ligaduras de servicio. La responsabilidad está situada en el puesto de arriba en la empresa. Ejemplo, subtrato de informática de la producción en la venta. En este caso la naturaleza jerárquica o funcional del puesto no está modificada.

**Ligaduras de estado-mayor.** Son relaciones de sustitución renovables. El puesto de estado-mayor renuncia a toda identidad. Ejemplo, el staff de consejeros del presidente.

**Las pasarelas.** Proporcionan una forma afable de subordinación. Sirve para desbloquear una situación en bandas. Ejemplo, un responsable de los servicios de información o de poder de decisión que se sitúa fuera de su línea jerárquica o funcional.

**Corta-circuitos.** La autoridad jerárquica desciende a través de la pirámide por medio de escaleras; no se puede mandar un nivel jerárquico sin pasar por todos los escalones intermedios. Los corta-circuitos pueden emanar del escalón superior y ser más o menos extensos (N-2, N-3, etc.), o estar provocados por el escalón más bajo. Una conversación fortuita entre dos miembros de la organización puede degenerar en un corta-circuito cuando el superior suscite recomendaciones que pueden ser interpretadas como las órdenes sin consulta con los escalones intermedios.



**Ligaduras no orientadas.** Son de dos tipos: de información recíproca y comunicaciones colectivas de servicios, conferencias, reuniones, etc.

Las nociones anteriores corresponden a una visión clásica de la organización de empresas y son restrictivas. Las ligaduras entre clientes potenciales y pequeños proveedores o entre proveedores dominantes y pequeños clientes (I.B.M., banco de datos) no están reseñadas.

**Abanico de control.** Es el nombre de las ligaduras que pertenecen a un puesto. En el organigrama jerárquico las ligaduras son exclusivamente jerárquicas. Se habla entonces de abanico de subordinación, Span de control; se formaliza el nombre de los subordinados que un superior manda. No existe nada sobre el

número, pero se considera el óptimo establecido entre  $7 \pm 12$  subordinados (cifra de Miller). Al descender de cuatro los riesgos de intervención comienzan a manifestarse, en 2 el superior corta-circuito al subordinado o pone en juego su utilidad, al subir de 12 la supervisión es floja y superficial.

**Ligaduras ligeras en puntos:** la tarea es de responsabilidad, en otro plano las relaciones jerárquicas y funcionales. En la figura representativa del organigrama el Span es de 4, 2 niveles, 12 puntos.

#### **Funciones económicas**

En la actividad económica capitalista destacamos dos elementos preferentes, las empresas consideradas como unidades de producción y las unidades de consumo. Las primeras detectan las necesidades de los consumidores y procuran satisfacerlas, estableciéndose un flujo entre ambas unidades. Como respuesta a este flujo existe otro recíproco, que va de los consumidores a las empresas en forma de ingresos derivados de las ventas. Estos intercambios se efectúan dentro del marco institucional del mercado.

Los bienes y servicios que se derivan de esta actividad necesitan de un conjunto de funciones para su obtención. Señalaremos las siguientes:

a) **Función de producción y formación de capital productivo.**

Es sabido que la función de producción consiste en la generación de productos a partir de materias que le sirven de base. Esta función la realizan las unidades de producción. Estas unidades obtienen los productos finales por medio de la transformación de materiales realizada por los equipos de fabricación o servicios, con los recursos humanos y financieros necesarios para desempeñar las funciones que la actividad económica requiere.

b) **Función de distribución de los productos.**

Los intermediarios comerciales o unidades de distribución cuyo objeto fundamental es facilitar la circulación de mercancías en los dos sentidos del flujo que se establece entre las empresas y los consumidores.

c) **Función de consumo.**

Los productos obtenidos han de satisfacer las necesidades humanas, el colectivo humano ha de generar la mano de obra que constituye el factor trabajo.

d) **Función creadora de dinero y crédito.**

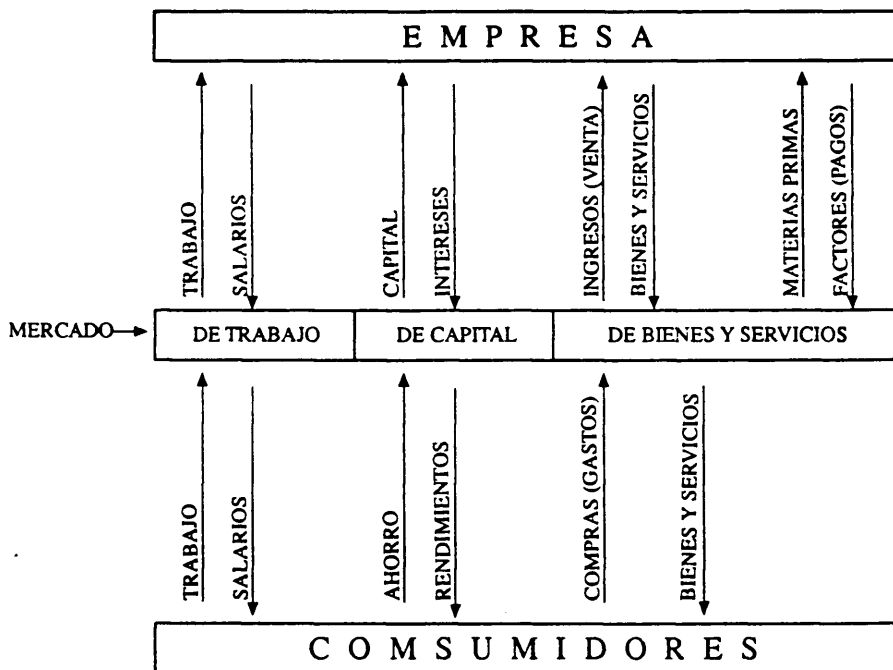
La constituyen los intermediarios financieros, o unidades de mediación entre abonadores de dinero e inversores. Aparecen los bancos como mediadores entre la acumulación de capital financiero (ahorro) y acumulación de capital productivo (inversión), aunque su función trascienda de la pura mediación.

e) **Función de acumulación económica.**

Cuando las unidades de producción generan más producto que el que consumen crean riqueza; la acumulación de excedentes sirve de estabilización en el proceso productivo poniéndole a salvo de sucesos imprevistos.

f) **Función de control económico.**

En el sistema capitalista, el capitalista privado ejerce el control del valor económico que posee y de la actividad económica que en base a él desarrolla. El Estado ejerce el control de los bienes y actividad económica pública, así como una vigilancia y control del orden económico global.



## **CAPÍTULO III: ESTRUCTURA MATEMÁTICA DE LA EMPRESA**

### **III.1. INTRODUCCIÓN**

El hombre de ciencia ha estudiado en profundidad las estructuras algebraicas, pero no ha llegado a dar todavía un tratamiento matemático al concepto para estructuras no algebraicas, ni tampoco ha desarrollado su contenido de una forma teórica, "formal", como una rama más de la matemática tal como lo ha hecho con las estructuras algebraicas, o en otras disciplinas como Estadística, Econometría, Informática, etc. En este sentido está orientado este trabajo.

Empezaremos estudiando la estructura matemática de la Empresa dentro de la Teoría de sistemas, constituyendo un reto el llegar a una Ciencia universal de la estructura.

Entendemos que toda estructura social, sea de la Empresa, de los Sindicatos, de los Partidos políticos, de las Comunidades autónomas del Estado, y en definitiva del propio Estado, encierran unos principios y una filosofía, a los que se puede dar forma y contenido científico con un rigor netamente matemático.



Cuanto decimos de las estructuras sociales (Empresa, Estado, etc.) es válido también para las estructuras de la Ingeniería, Arquitectura, etc. (estructura de un barco, de un puente, de una casa ...), pues tanto éstas como aquéllas no son más que modelos artificiales creados por el hombre por abstracción, tomando por referencia las leyes sociales del mundo social (Ciencias Económicas, Políticas, Psicología, Sociología, etc.), o las leyes naturales del mundo físico (Ciencias Físicas, Químicas, Biológicas, Geológicas, etc.), respectivamente.

Realmente el concepto de estructura en términos matemáticos se puede considerar como "concepto primario" tal como se hace en Geometría con el de punto o de plano. Surge de la contemplación del mundo físico; de la realidad que envuelve e informa nuestra propia vida, que existe con independencia de nuestra propia existencia e intervención. Precisamente ésta es la diferencia entre las estructuras naturales que se rigen por las leyes naturales inmutables (estructura ósea de una persona o animal, estructura orgánica de una planta, estructura del universo, estructura del átomo, estructura de la célula, etc.), y las estructuras creadas por el hombre tales como las sociales y las de la Ingeniería.

Las estructuras sociales se rigen por leyes sociales, del comportamiento, de la motivación, etc., y son leyes que van inmersas en nuestra propia existencia, y las estructuras de la Ingeniería por leyes naturales inmersas en el mismo Universo, pero, tanto en un caso como en otro, para crear tales estructuras acotamos dichas leyes imponiendo condiciones de contorno o entorno (propiedades

topológicas o de configuración) y de composición o interrelación (propiedades orgánicas).

### III.2. CONCEPTOS Y DEFINICIONES

Antes de entrar a estudiar la estructura matemática de la Empresa vamos a dar unos conceptos y unas definiciones que nos simplificarán su posterior desarrollo.

#### Grafos

Los grafos son modelos matemáticos de numerosas situaciones reales, por ejemplo, un mapa de carreteras, un plano de la red telefónica son grafos que representan esquemáticamente situaciones reales. Un algoritmo puede representarse mediante un grafo al que se llama diagrama de flujo del algoritmo.

Existe una clase particular de grafos, a los que se les llama árboles que juegan un papel importante en el estudio tanto de algoritmos como de estructuras de datos útiles para almacenar la información.

Un grafo es una terna  $G = (U, V, p)$  formada por dos conjuntos  $U$  y  $V$  y una aplicación  $p: U \longrightarrow V$  que hace corresponder a cada elemento del conjunto  $U$  un subconjunto de uno o dos elementos del conjunto  $V$ . A los

elementos del conjunto  $U$  se les llama arcos y a los de  $V$  vértices del grafo, la aplicación  $p$  se le llama de incidencia del grafo. Si  $p(a) = (u,v)$  se dice que  $u$  y  $v$  son los extremos del arco  $a$ .

El grafo es dirigido si la aplicación  $p: U \longrightarrow V \times V$  hace corresponder a cada elemento de  $U$  un par ordenado de  $V$ . Los árboles son grafos simples y sin bucles.

Una forma de representar un grafo es la gráfica, ejemplo, la red de carreteras de un país; otra es hacerlo por medio de una matriz llamada de incidencia del grafo que es cuadrada y de orden igual al número de vértices y es simétrica; si el grafo está dirigido no es simétrica ya que en general no coinciden el número de arcos de extremos  $(v_i, v_j)$  con el de arcos  $(v_j, v_i)$ .

### Camino

Un camino en un grafo  $G$  es una sucesión de vértices y arcos tal que los extremos del arco  $a_i$  son  $v_{i-1}, v_i, i=1 \dots n, n \geq 0$ . Al número de arcos se le llama longitud del camino.

### Grafo conexo

Un grafo es conexo sí y sólo sí para todo par de vértices  $u$  y  $v$  de  $G$  existe un camino en  $G$  que conecta  $u$  y  $v$ .

### Conjunto filtrante

Sea  $U$  un conjunto en el que se ha definido una relación de ordenación  $\leq$ , y  $P(U)$  el conjunto de las partes de  $U$ .

Diremos que el conjunto  $U$  es filtrante superiormente, y lo representaremos así como  $U^+$ , si se verifica que todo subconjunto  $S$  de  $U$  tiene por lo menos una cota superior. Es decir,  $U$  es filtrante superiormente, si

$$\forall S \in P(U) \quad \exists z \in U/x \leq z \quad \forall x \in S$$

Igualmente, diremos que  $U$  es filtrante inferiormente, y lo representaremos así como  $U_-$ , si se verifica que todo subconjunto  $S$  de  $U$  tiene por lo menos una cota inferior. Es decir,  $U$  es filtrante inferiormente, si

$$\forall S \in P(U) \quad \exists z \in U/x \geq z \quad \forall x \in S$$

Si  $U$  es filtrante superior e inferiormente, diremos que  $U$  es filtrante, y los representaremos así  $U_i^!$ .

#### Propiedades

- Si  $U$  es filtrante superiormente, tiene primer elemento. Es decir,

$$\exists z_0' \in U/x \leq z_0 \quad \forall x \in U$$

En efecto, de la definición para  $S = U$ ,

$$\exists z_0 \in U/x \leq z_0 \quad \forall x \in S = U \iff z_0$$

es primer elemento.

- Si  $U$  es filtrante inferiormente, tiene último elemento

$$\exists z_0' \in U/z_0 \leq x \quad \forall x \in U$$

Análogamente:

- Si  $U$  es filtrante, tiene primero y último elemento.

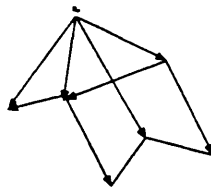
#### El conjunto filtrante en la teoría de redes

Los conjuntos filtrantes son redes orientadas.

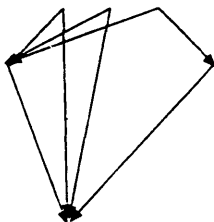
En teoría de redes el grafo correspondiente a un conjunto filtrante es una arborescencia.

### Ejemplos de conjuntos filtrantes

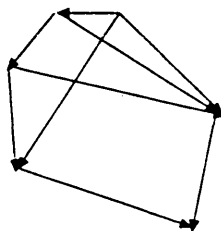
Filtrante superiormente



Filtrante inferiormente



Filtrante



### Definiciones

Sea  $U$  un conjunto filtrante, y  $C$  un subconjunto de  $U$ . Vamos a dar las siguientes definiciones:

### Conjunto encadenado

Diremos que un subconjunto  $C$  de  $U$ , está encadenado o enlazado con  $U$ , si  $C$  es filtrante por la restricción del orden a  $S$ .

El enlace o encadenamiento lo produce el primer elemento de  $C$ , si es filtrante superiormente, o el último elemento, si es filtrante inferiormente.

#### **Cadena**

Diremos que un subconjunto  $C$  de  $U$  es una cadena, o que la ordenación de sus elementos es lineal, si  $C$  está totalmente ordenado por la restricción del orden a  $C$ .

Una cadena es pues un conjunto encadenado, pero un conjunto encadenado no es siempre una cadena.

#### **Jerarquía en una cadena**

Al ser la ordenación de los elementos de una cadena, total, se establece una escala de valores o de jerarquía, entre sus elementos.

Las cadenas las representaremos en el orden decreciente de sus elementos. Si consta de los elementos  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , la representaremos así:

$$C = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\},$$

siendo  $x_1 \geq x_2 \geq x_3 \geq \dots \geq x_n$

### Extremos de una cadena

Los elementos  $x_1$  y  $x_n$  reciben el nombre de extremos de la cadena; extremo superior o primer elemento, y extremo inferior o último elemento, respectivamente.

Por tanto,

Si  $x_1$  es extremo superior,  $x_1 \geq x_i$ ;  $i = 2, 3, \dots, n$ .

Si  $x_n$  es extremo inferior,  $x_n \leq x_i$ ;  $i = 1, 2, \dots, n-1$ .

### Eslabones de una cadena

Los elementos  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  reciben el nombre de eslabones de la cadena. Un elemento  $x \in U$  es exterior a la cadena si no es eslabón de la misma.

### Longitud de una cadena

El número de elementos,  $n$ , recibe el nombre de longitud de una cadena.

### Subcadenas

Diremos que una cadena  $C_1$  es subcadena de otra  $C_2$ , si todo eslabón de  $C_1$  es eslabón de  $C_2$ . Es decir,



$$x \in C_1 \longrightarrow x \in C_2$$

La longitud de la subcadena es inferior a la de la cadena. Son especialmente importantes las subcadenas cuyo primer elemento es el de la cadena.

#### Cadena completa

Diremos que una cadena  $C$  es completa si no puede ser subcadena de otra que tenga los mismos extremos. Es decir,

$$x_i \in C \longrightarrow x_i \leq x \quad \text{ó} \quad x \leq x_i \quad \forall x \in U, x \text{ exterior}$$

#### Cadena total

Una cadena es total si no puede ser subcadena de otra. Destacamos las siguientes propiedades:

- Una cadena total es completa.
- Si el conjunto es filtrante superiormente, su primer elemento es primer elemento de la cadena. Si es filtrante inferiormente, su último elemento es último elemento de la cadena.
- Si el conjunto es filtrante, coinciden los primeros y últimos elementos, del conjunto y de la cadena.

- De todas las cadenas totales hay una, al menos, de longitud máxima.

#### Conjunto dirigido

Diremos que un conjunto  $U$  está dirigido, y lo representaremos así  $\vec{U}$ , cuando es filtrante superiormente y se verifica

$$\forall x, y, z \in S, \quad S \in P(U);$$

$$x \leq z, \quad x \leq y \longrightarrow \begin{cases} y \leq z \\ \text{ó} \\ z \leq y \end{cases}$$

Esto equivale a decir que

$$x \leq y \leq z \quad \text{ó} \quad x \leq z \leq y.$$

#### El conjunto dirigido en la teoría de redes

Los conjuntos dirigidos son redes orientadas y, por tanto, se pueden estudiar en teoría de redes. Destacamos los siguientes conceptos y propiedades:

**Estructura de árbol**

En teoría de redes el grafo correspondiente a un conjunto dirigido recibe el nombre de árbol. Sus elementos guardan entre si relaciones de ramificación de forma parecida a la de un árbol vegetal.

**Raíz de un árbol**

Por ser el árbol un conjunto filtrante superiormente, tiene primer elemento, que recibe el nombre de raíz del árbol.

**Subárbol**

Un conjunto de elementos que a su vez constituyen un árbol, recibe el nombre de subárbol.

Cada elemento o nodo de un árbol es raíz de un subárbol.

**Grado de un elemento**

El número de subárboles que se pueden formar con un elemento de un árbol es el grado del elemento.

### Elemento terminal de un árbol

Un elemento de grado 0, se llama terminal del árbol. Un subárbol que tiene varios elementos terminales es un subconjunto encadenado. Si sólo tiene un elemento terminal es una cadena, y por ser su ordenación lineal le llamaremos árbol lineal. Un árbol se descompone en subárboles lineales cuya raíz común es la del árbol.

### Propiedad

Todo elemento de un árbol es extremo inferior o último elemento de una cadena total, y sólo una, cuyo extremo superior o primer elemento es la raíz del árbol.

Es decir,  $\forall x \in U \exists C^* \subset C, C = \{C^*/C^* \text{ es cadena total de } U\} / \text{primer elemento de } C^* = r, r \text{ raíz del árbol, último elemento de } C^* = x.$

En efecto:

Para  $x \leq x_1, x \leq x_2, \dots, x \leq x_n, \quad x_i \in U \forall i$  puede ocurrir:

a) Si  $n = 1$ ,

$x_1 = r$  pues  $x \leq r$  y  $x_1 \leq r$ , por ser  $r$  raíz.

Al ser  $x \leq x_1$  y no existir más elementos superiores a  $x_1$  ha de ser  $x_1 = r$ . Como consecuencia, el conjunto  $C = \{r, x\}$  es cadena total, única, con primer elemento  $x$ , y último elemento  $x_1 = r$ .

b) Si  $n \geq 2$ .

Elegidos tres elementos relacionados  $x, x_1, x_2$ , tenemos:

U conjunto dirigido  $\longrightarrow$  para  $x, x_1, x_2 \in S$ ,

$$S \in P(U), \quad x \leq x_1, x \leq x_2 \rightarrow \begin{cases} x \leq x_1 \leq x_2 \\ 0 \\ x \leq x_2 \leq x_1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} C = \{x_2, x_1, x\} \text{ es cadena} \\ C = \{x_1, x_2, x\} \text{ es cadena} \end{cases}$$

Por aplicación reiterada de esta propiedad, comparando los distintos elementos sucesivos:

$x, x_1, x_2, \dots$

**llegamos a establecer una ordenación de los mismos:**

$$x_i \geq x_j \geq x_k \geq \dots \geq x_n$$

siendo  $x_i = r$  por ser  $x_i \leq r \forall i$ , y  $j, \dots, k$  una permutación de  $1, 2, \dots, n$ .

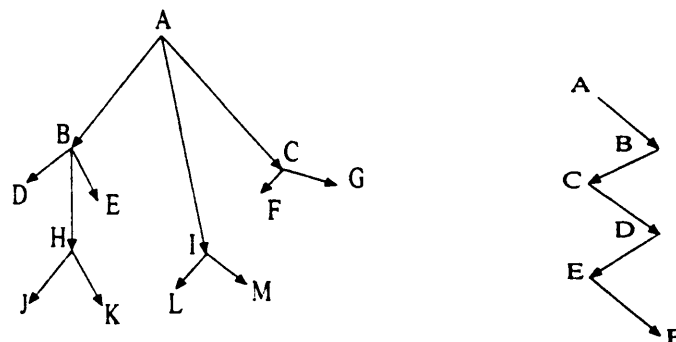
En definitiva, la cadena  $C = \{r, x_j, x_k, \dots, x_n\}$  es total, y única, con primer elemento la raíz del árbol,  $r$ , y último elemento,  $x_n$ .

#### Jerarquía de un árbol

La propiedad anterior nos dice que existe una sola cadena total entre un elemento de un árbol y su raíz, y como una cadena total marca una "Jerarquía", según hemos visto podemos decir, en consecuencia, que la estructura del árbol establece una relación de jerarquía, que es parcial ya que se produce entre cada elemento y la raíz del árbol, constituyendo un subárbol lineal jerarquizado.

Esta dependencia sucesiva, escalonada es equivalente a la que se produce entre un productor y el director de la Empresa.

#### Ejemplo de un árbol



### Representación lineal de un árbol

Los árboles los representaremos esquemáticamente en notación polaca, con paréntesis sucesivos entre sus elementos situados en líneas y separados por comas.

Los ejemplos anteriores se representarían así:

$$\{A (B [D,H(I,K),E], I(L,M), C(F,G))\}$$

$$\{A,B,C,D,E,F\}.$$

Un paréntesis abierto desempeña el papel de operador relacionando el elemento que precede al paréntesis abierto con los elementos que van separados por comas comprendidos entre él, y el paréntesis del mismo tipo que lo cierra. Si hay varios paréntesis el orden de verificación de los mismos es del más interior al más exterior, tal como ocurre en las expresiones algebraicas.

### Conjunto evaluado

Diremos que un conjunto  $U$  filtrante superiormente, y dirigido, está evaluado, y lo representaremos así  $\dot{U}$  cuando se ha definido en él una relación de equivalencia  $R_e$  compatible con la relación de orden  $R_o$  del árbol, tal que un elemento de una clase de equivalencia sólo puede ser comparable por el orden  $R_o$  con un

solo elemento de otra clase de equivalencia ya que los elementos de una misma clase son equivalentes. Es decir,

$$x R_0 y, x \in C_i, y \in C_j; \quad C_i, C_j \in U/R_0 \quad i \neq j \longrightarrow x R_0 y' \\ \forall y' \in C_j, y' \neq y.$$

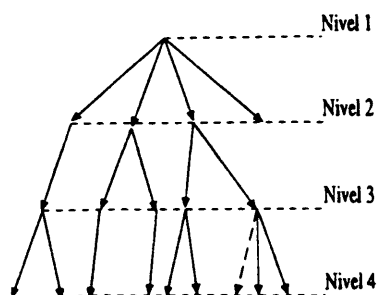
#### Niveles en un conjunto evaluado

Según la definición, los distintos subárboles lineales de un árbol evaluado se ordenan de manera que elementos distintos pertenecen también a clases de equivalencias distintas, por lo que el orden  $R_0$  del árbol induce una relación de orden total en el conjunto cociente, por la cual se ordenan sus elementos (las clases de equivalencia), en forma de cadena:

$$U/R_0 = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}.$$

Diremos que una clase de equivalencia  $C_i$  es de nivel  $i$  cuando a  $C_i$  le corresponde el lugar  $i$  en esta ordenación. Por extensión los elementos de  $C_i$  se dice que son de nivel  $i$ .

#### Ejemplo





### Cadena densa

Diremos que una cadena de un árbol evaluado es densa, si es completa y a niveles sucesivos en el orden les corresponde niveles sucesivos en la evaluación.

Como un subárbol lineal es una cadena, podemos extender el concepto, y referirnos a subárboles densos.

### Relación de coordinación de un conjunto evaluado

Diremos que se ha establecido una relación de coordinación en el árbol evaluado  $\dot{U}_e^1$ , cuando se ha definido una relación de ordenación  $R_e(t)$ ,  $R_e$  función del tiempo, que sólo se verifica en determinados instantes, complementaria del orden  $R_0$  existente en el árbol, por la cual se cumple:

a) Propiedad de ampliación del orden  $R_0$ :

$$xR_0y, yR_0x; x, y \in C, C \in U/R_e \longrightarrow \\ xR_e(t)y \text{ ó } yR_e(t)x \quad t = t$$

En esta propiedad,  $R_e(t)$  relaciona elementos del mismo nivel no relacionados por  $R_0$ . Enlaza subárboles.

Al elemento que amplía el orden  $R_0$  le llamaremos enlace, por efectuar el enca-  
denamiento de dos subárboles.

b) Propiedad de anulación parcial del orden  $R_0$ :

$$xR_t(t)y, x, y \in C_1, C_1 \in U/R_t$$

$$xR_0z, z \in C_2, C_2 \in U/R_t,$$

siendo  $C_2$  de nivel superior a  $C_1$ ,  $t=t_0$ .

Esta propiedad transfiere el orden  $R_0$  de un subárbol a otro produciéndose una  
anulación parcial del orden  $R_0$ , equivalente a una delegación de orden o jerar-  
quía como veremos en la estructura de Empresa.

Esta combinación confiere al conjunto el carácter de conjunto coordinado.

#### Conjunto linealizado

Diremos que un árbol evaluado  $\dot{U}_t$  está linealizado, o que el conjunto es un  
conjunto linealizado, cuando se ha definido en él un conjunto de subárboles  
preferenciales, con raíz común la del árbol, y una relación de coordinación  $R_c$   
por la cual determinados elementos de subárboles hacen de enlace en la coordi-  
nación asociada al árbol por  $R_c$ .

Un árbol preferencial recibe el nombre de línea. Si las líneas son  $L_1, L_2, L_3, \dots, L_n$ , el conjunto linealizado lo representaremos así:

$$\dot{U}^1 (L_1, L_2, \dots, L_n).$$

#### **Elemento de línea. Elemento Staff**

Si en una línea se definen determinados elementos como preferenciales, se dirá que dichos elementos son "elementos de línea", siendo ellos los que hacen de enlace en la coordinación asociada a la misma. Un elemento que no es de línea se dirá que es elemento Staff.

### **III.3. ESTRUCTURA FORMAL DE LA EMPRESA**

Antes de entrar en la definición de estructura matemática de Empresa vamos a dar una concepción de la Empresa, y una definición de sistema.

#### **Concepción de la empresa**

Podemos considerar la Empresa como una realidad socioeconómica constituida por un colectivo de individuos con una misión general de producir un bien, o dar un servicio, con coste mínimo y beneficio máximo, cuantificada en objetivos

predeterminados en el tiempo que han de conseguirse con recursos materiales limitados (máquinas, equipo, dinero ...).

Esta definición lleva implícita una acotación, unas condiciones topológicas de contorno y entorno, y unas condiciones orgánicas de interrelación:

- a) De la misión general asignada a la Empresa, se deduce una política general, y su cuantificación en objetivos predeterminados en el tiempo implica una estrategia y una táctica en función de los recursos materiales y humanos disponibles. Todo ello constituye una acotación, unas condiciones de contorno de la Empresa.

La política general y objetivos de otras Empresas que producen el mismo bien o servicio, así como la política general del propio Estado, y de otros Estados situados en el área de influencia socioeconómica constituyen otra acotación, unas condiciones de entorno de la Empresa.

- b) Para poder realizar la misión general asignada a la Empresa y conseguir sus objetivos temporales, es preciso realizar una división general del trabajo en tareas o trabajos que se han de ejecutar en un orden determinado.

La limitación de recursos impuesta, y el condicionamiento de obtener costes mínimos y beneficios máximos, obliga a agrupar tareas y trabajos afines en

funciones; y éstas en bloques funcionales "Órganos", y así sucesivamente, que se han de encadenar convenientemente. Estas funciones o bloques funcionales se asignan a personas concretas de la organización.

La empresa está en movimiento constante, hay que inmovilizar sus elementos para poder identificarlos con facilidad y ver como se interrelacionan. Los fenómenos de crecimiento, productividad, control son dinámicos y el método para explicarlo está dentro del enfoque de la teoría de sistemas.

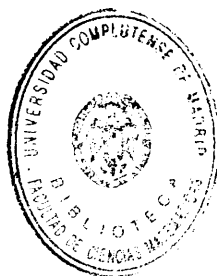
#### Definición

Un sistema es un conjunto de partes interdependientes constituidas en función de un fin. Su estructura es el conjunto de relaciones no fortuitas que enlazan las partes entre ellas y el todo.

Si lo formalizamos, un sistema es un conjunto  $U$  en el que sus elementos aparecen vinculados por una o varias relaciones  $R_1, R_2, \dots, R_n$  y unas ecuaciones funcionales  $F$ .

Lo representaremos así:

$(U; R_1, R_2, \dots, R_n; F)$



Si  $F$  depende del tiempo diremos que el sistema es dinámico. Una empresa es pues un sistema, ya que la división de funciones se expresa por medio de relaciones entre sus elementos, de ordenación, de equivalencia, etc., y la política general de la empresa y objetivos cuantificados en el tiempo determinan sus ecuaciones funcionales.

#### **Proposición**

Toda parte de un sistema posee unas propiedades internas determinadas resultado de su configuración interna y otras externas en función del lugar que ocupa la parte en el sistema.

#### **Proposición**

Cuando la complejidad de un sistema aumenta las propiedades que le caracterizan dependen más de su estructura y menos de la naturaleza de las partes. Esto explica que los sistemas complejos (número y diversidad de relaciones internas), fuertemente organizados, se presten bien a las simulaciones.

**Definición**

Dos sistemas que tienen una parte de su estructura idénticas son homomorfos.

Cuando un sistema es homomorfo de otro más complejo constituye un modelo de él. Si los sistemas tienen la misma estructura son isomorfos.

Esta definición no es tan precisa como el concepto de homomorfismo desde el punto de vista matemático. Las estructuras algebraicas (grupo, cuerpo, espacio vectorial) son más simples que ciertas estructuras reales.

Un organigrama jerárquico y su matriz booleana son isomorfos. No así un barco y su maqueta, que sólo tiene en común con el barco las relaciones dimensionales; los elementos hidráulicos y eléctricos no están representados en la maqueta.

**Proposición**

Si dos sistemas tienen estructuras semejantes (homomorfos), las propiedades externas de sus elementos respectivos (partes) serán comparables, tanto más cuanto más débil sea la estructura interna de las partes. Las observaciones efectuadas en un sistema complejo perteneciente a un dominio determinado, permiten prever el comportamiento del sistema isomorfo perteneciente a un dominio totalmente diferente en la medida de que los elementos internos que lo constituyen no jueguen un papel muy importante.

### Estructura formal de la Empresa

Diremos que un conjunto  $E$  tiene Estructura de Empresa cuando se ha definido en él una relación de ordenación,  $R_0$ , una relación de equivalencia  $R_e$ , una relación de coordinación  $R_c$ , y unos subconjuntos de  $E$  "preferenciales",  $L_1, L_2, \dots, L_n$ , que confieren al conjunto  $E$  el carácter acumulado de conjunto filtrante superiormente, dirigido, evaluado, coordinado y linealizado.

Lo representaremos así:

$$(E; R_0, R_e, R_c)_{L_1, L_2, \dots, L_n}$$

donde  $L_1, L_2, \dots, L_n$  son las líneas de la empresa.

### Organigrama de la Empresa

La estructura es el esquema en conjunto. Están en ellas definidas las responsabilidades y las relaciones entre los puestos. El aspecto estático de la forma estructural puede ser representado por el organigrama. La comprensión y el análisis de él deben de estar marcados por una doble aproximación horizontal y vertical. Horizontalmente uno de los criterios de distinción de organigramas reside en la importancia de la especialización funcional; marca los puestos existentes en la empresa, su naturaleza y su nombre. Esta dimensión horizontal no es independiente de la altura de la forma estructural, es decir del número de niveles jerárquicos que caracterizan al organigrama.



El organigrama ignora aspectos de la organización; las relaciones informales, los circuitos de información. Sin embargo, proporciona un esquema global de la división del trabajo y de la repartición de responsabilidades, aunque ignora el aspecto informal de la organización.

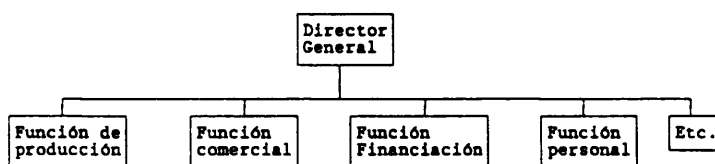
Los organigramas están clasificados en función del criterio de departamentalización obtenido al más alto nivel de la empresa. Diversos autores acuerdan en identificarlos en dos formas principales, funcional y divisional y una forma híbrida matricial.

La forma funcional consiste en reagrupar las actividades de la empresa privilegiando la especialidad por función. Históricamente es el primer esquema de organización utilizado en general por las empresas, ofrece la ventaja de especificar las competencias y tiene los inconvenientes en la dificultad de organización y una capacidad limitada de adaptación al entorno.

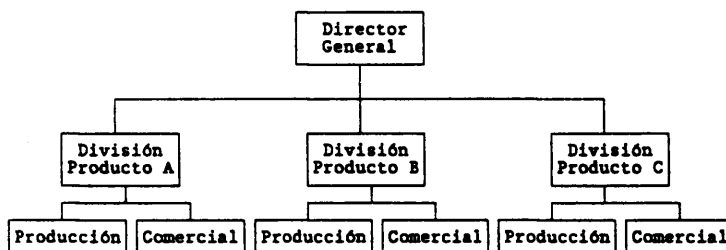
La forma divisional presenta una separación muy nítida entre director general y divisiones operacionales. Los criterios de separación de divisiones pueden ser: los productos, los mercados, las zonas geográficas. Esta organización limita los problemas de coordinación para un producto en la medida en que el jefe de división es responsable del conjunto de la vida del producto, lo que permite a la dirección general ocuparse de la formulación de estrategias, de fijar objetivos y del control.

La forma matricial es más adaptable; está compuesta de departamentos funcionales y de directores de productos. Los primeros permiten cambiar los objetivos de especialización, los segundos la coordinación. La combinación del plano vertical de funciones y del plano horizontal de productos hace aparecer una dualidad de autoridad. En efecto, la autoridad se encuentra repartida entre los servicios funcionales (comercial, producción, etc.) y los departamentos donde cada uno es responsable de un producto.

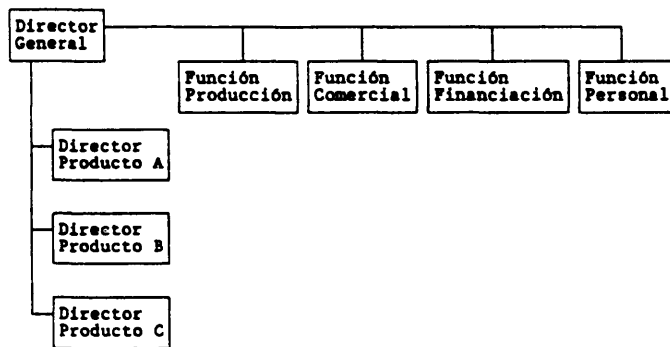
#### Forma funcional



#### Forma divisional

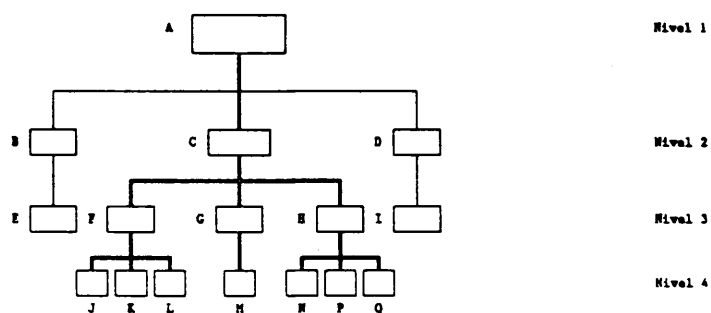


### Forma matricial



Al ser la Empresa un conjunto filtrante superiormente y dirigido, tiene estructura lógica de árbol, y por tanto su grafo u organigrama tiene forma de árbol. Al estar evaluado existen niveles jerárquicos en los distintos subárboles que se pueden formar con una misma raíz, y se reflejará en el organigrama por alguna propiedad geométrica (niveles en líneas horizontales, en circunferencias, etc.). Por estar linealizado existen líneas o subárboles que se representarán en líneas gruesas.

En la figura que aparece a continuación vemos el organigrama de una Empresa de cuatro niveles, y una línea, donde las letras representan elementos del conjunto.



Destacamos que si en lugar de emplear letras para la representación de elementos empleáramos números en clasificación decimal, reflejaría mejor la interrelación de elementos del árbol pero nos complicaría la notación.

La letra A, por ejemplo, se podría representar por el número 1, la C, 1.1; la F, 1.1.1; la J, 1.1.1.1; la K, 1.1.1.2, y la L, 1.1.1.3, etc.

#### **Representación lineal del organigrama**

Por ser la estructura de la Empresa un árbol, otra forma de representarla sería la del árbol correspondiente en forma lineal, destacando las líneas por medio de trazos gruesos para sus elementos y símbolos de encadenamiento (paréntesis).



Recíprocamente, dada una matriz booleana, se le puede asociar una Empresa cuya estructura representa.

Con esta representación se simplifica la determinación de los subárboles.

Diremos que dos Empresas son equivalentes en cuanto a estructura cuando tienen la misma matriz booleana y sus niveles son equiparables. Esto es lo mismo que decir que hay una matriz tipo  $N,T$ , es decir, existe un isomorfismo.

#### **Definiciones**

En relación con la estructura de la Empresa podemos dar las siguientes definiciones.

#### **Director de la Empresa**

La raíz del árbol, o primer elemento, es el Director de la Empresa. De él dependen jerárquicamente todos los elementos.

**Nivel**

Los niveles jerárquicos del árbol constituyen niveles de decisión, de responsabilidad y autoridad, y de exigencia de responsabilidad.

**Dependencia u órgano de la Empresa**

Un subárbol es una Dependencia u órgano de la Empresa.

La raíz o primer elemento del subárbol es el Jefe de la Dependencia. De él dependen jerárquicamente todos los elementos de la misma.

Si la raíz del subárbol que define la Dependencia es de nivel I, la Dependencia será de nivel I. Recibe distintos nombres según el valor de I hasta llegar a los elementos terminales (División, Departamento, Taller, Sección, etc.).

**Línea de la Empresa**

Los subárboles preferenciales definidos al establecer la estructura de empresa son subárboles con raíz la del árbol. Les llamaremos líneas de la empresa. Cons-

tituyen la esencia de la empresa en cuanto a la consecución de objetivos, y es importante definirlos bien.

Una Dependencia que forma parte de la línea se dirá que es una Dependencia de línea si su Jefe hace de enlace en la coordinación de la línea a su nivel. Si no es Dependencia de línea se dirá que es una Dependencia Staff. De sus Jefes respectivos se dirá que son "elemento de línea" o "Staff" respectivamente.

Un elemento de línea interviene directamente en la línea tomando decisiones de su nivel; un elemento Staff sirve a la línea para que se tome mejor la decisión. A veces un elemento actúa de Staff y línea a la vez.

Podemos decir en general que en cualquier empresa los Departamentos de fabricación y Comerciales (ventas, compras, etc.) son de línea. Las Secretarías u Oficinas en general suelen ser Staff.

#### **Orden de ejecución**

Dar una orden en la empresa es definir un subárbol de la misma.



El origen de la orden lo determina su raíz. La orden puede ser del Director, de un Jefe de Departamento, de un Jefe de Taller, de un jefe de Oficina, etc., según sea la raíz del subárbol.

En general, una orden de nivel I produce una ramificación de subórdenes a niveles inferiores. La política, estrategia y táctica de la empresa, equivalen a un conjunto de órdenes temporales del Director, ramificadas hasta la base.

### **Delegación**

Diremos que se ha producido una delegación de un nivel I en un nivel  $J < I$ , cuando se ha transferido la jerarquía del nivel I al nivel J en cuanto a decisión, autoridad, responsabilidad, y exigencia de responsabilidad.

La delegación afecta generalmente a dos elementos pertenecientes a la misma Dependencia.

### **Defectos de estructura**

La empresa puede presentar defectos de estructura o de funcionamiento por mala concepción o existencias de interferencias respectivamente.

### **III.4. TOPOLOGÍA ESTRUCTURAL EN LA EMPRESA**

#### **Introducción**

El análisis funcional es ciencia básica en matemática aplicada, y en concreto lo es para nuestro estudio sobre la estructura matemática de la empresa, pues nos brinda la posibilidad de analizar muchos aspectos estructurales de la empresa con más precisión y más claridad.

En análisis funcional se trabaja con espacios generales abstractos, lo que simplifica nuestras investigaciones pues muchas de sus consecuencias son trasladables a problemas concretos de la dinámica empresarial, y en particular al análisis estructural de la empresa y de la topología asociada a su estructura. En suma, esta rama de la matemática abre un camino muy fructífero, como un nuevo paradigma, para el estudio de la complejidad de la empresa, pues nos facilita la interpretación científica de alguno de sus enigmas y de sus muchos mecanismos operacionales relacionados con la organización, la información y las decisiones.

El organigrama de la empresa define una configuración organizativa representativa de su estructura que es de naturaleza topológica, y que como tal figura topológica se puede encoger, deformar, alargar, etc. sin modificar sus propiedades; representando la misma empresa, en el mismo marco estructural y con el mismo organigrama.

Por otra parte, al tener la empresa estructura de árbol, el árbol orgánico de la empresa, que agrupa funciones en cada nodo representando un órgano de la empresa, se puede descomponer progresivamente en forma iterada sin perder su carácter de árbol. Es decir, la estructura de la empresa puede crecer como lo haría un ser vivo sin perder sus propiedades intrínsecas de conjunto dirigido.

Todo ello nos introduce plenamente en los aspectos topológicos de la estructura de la empresa, pudiendo definir en estos espacios los conceptos de entorno, de límite, de convergencia, de continuidad, etc., típicamente topológicos, y aplicarlos al análisis de la dinámica empresarial y de la dinámica organizativa.

#### **Las redes en la empresa**

Sea  $X$  un conjunto cualquiera y  $D$  un conjunto dirigido.

Una red o sucesión generalizada de More Smith en  $X$  con  $D$  como dominio de índices es una aplicación de  $D$  en  $X$ , por la que a cada  $\lambda \in D$  se le asigna  $x_\lambda \in X$ .

Teniendo en cuenta que un árbol es un conjunto dirigido, y que la empresa tiene estructura de árbol, podemos obtener distintos tipos de redes en la empresa. Bastaría con variar la naturaleza de los elementos del conjunto  $X$ .

Así, si  $X$  es el conjunto de las funciones de la empresa tendríamos la red funcional. Si  $X$  es el conjunto de puestos de trabajo, la red orgánica o red de puestos de trabajo. Si  $X$  es el conjunto de trabajadores de la empresa tendríamos la plantilla de la empresa estructurada en forma de red, que transforma la dependencia orgánica en dependencia laboral etc., etc.

Redes importantes en la empresa serían la red informativa y la red de decisiones.

Del concepto de red surge el de subred. Una subred es la restricción del concepto a un subconjunto de  $X$  y un subconjunto de  $D$  que a su vez es conjunto dirigido.

El concepto de sucesión es un caso particular de red. Una sucesión es una red en la que  $D = N$ , siendo  $N$  el conjunto de los números naturales, que evidentemente es un conjunto dirigido.

Todo conjunto dirigido  $D$  engendra una red en un conjunto  $X$ . A cada red se hace corresponder un filtro, cuyo concepto exponemos a continuación.

### Los filtros de la Empresa

Sea  $X$  un conjunto cualquiera, y  $P(X)$  el conjunto de las partes de  $X$ . Diremos que una clase  $F$  no vacía de partes de  $X$  es un filtro en  $X$ , si se verifica lo siguiente:

$$1^\circ \quad \phi \notin F$$

$$2^\circ \quad S \in F \wedge S \subset R \subset X \implies R \in F$$

$$3^\circ \quad \forall S, T \in F \implies S \cap T \in F$$

Hacemos notar que  $X$  pueden ser funciones, puestos de trabajo, trabajadores, informaciones, decisiones, etc. en la empresa. Cada red en  $X$  engendraría un filtro (filtro funcional, filtro orgánico, etc.). Esto es muy importante pues encierra aspectos científicos relacionados con la estructura de la empresa.

Vamos a dar el concepto de base de filtro, y estudiaremos su aplicación a la empresa.

Diremos que una clase  $B$  no vacía de partes de  $X$  es una base de filtro  $F$  en  $X$ , si se verifica lo siguiente:

$$1^\circ \quad \phi \notin B$$

$$2^\circ \quad \forall S, T \in B \quad \exists R \in F/R \subset S \cap T$$

El hecho de que el conjunto dirigido  $D$  definido por el árbol de la empresa se pueda ir desdoblado iteradamente, crecer, sin perder su naturaleza de conjunto dirigido, hace posible que se verifique en la empresa el axioma 2°.

La base  $B$  engendra  $F$ . El filtro  $F$  se obtiene de la base  $B$  añadiendo todos los conjuntos que contienen algún elemento de  $B$ .

#### **Ejemplo de filtro y base de filtro en la empresa**

Sea  $X$  el conjunto de puestos de trabajo de la empresa, y  $x$  un elemento fijo de  $X$  (el Director General, por ejemplo), la clase de todas las partes de  $X$  que contienen el punto  $x$  es un filtro en  $X$ , el filtro organizativo de la empresa o filtro de los puestos de trabajo, de tal manera que si  $F$  es el filtro y  $X_i \in F$  es  $x \geq y \quad \forall y \in X_i$ .

Esto supone que el Director General filtra todas las decisiones, órdenes de trabajo, informaciones, etc. de la empresa, y en particular en cada puesto de trabajo se filtra todo lo que pasa por él, todo lo relativo a puestos de trabajo bajo su dominio, bajo su dependencia. Puesto que toda tarea u orden surge en un nodo del árbol, todas las tareas o funciones de la empresa son filtradas hasta llegar a las de menos nivel.

Si  $X$  es el conjunto de todas las funciones de la empresa, una base de filtro  $B$  sería la definida por todas las partes de  $F$  desde un cierto nivel  $v$  en adelante.

Es decir, una base de filtro en  $X$  serían los conjuntos

$$S_v = \{x_\lambda / v \leq \lambda\}$$

Por tanto, la base de filtro estaría constituida por aquellas partes  $S_v$  de  $X$ , cuyos elementos  $x_\lambda$  que son funciones de la empresa,  $x_\lambda \in S_v \in F$ , corresponden a un índice  $\lambda$  en el árbol de la empresa, tal que  $\lambda \geq v$ .

En efecto, las clases  $S_v$  definen una base de filtro pues  $\forall v \in D$ ,  $S_v$  contiene al menos  $x_v$ , por tanto, el conjunto vacío  $\phi$  no pertenece a las  $S_v$  clases.

Por otra parte, por ser  $D$  un conjunto dirigido, para

$$\mu, v \in D \quad \exists y \in D / \mu \leq y, v \leq y, \quad S_\mu \cap S_v = \{S_\eta / \mu \leq \eta, v \leq \eta\}.$$

Así por ejemplo, en una reunión de directivos de la empresa hasta cierto nivel se toman decisiones que han de ser aceptadas por el resto de los trabajadores, por la parte de la base de filtro relativa a ese nivel.

Para el caso particular de las sucesiones cuando  $D = N$ , la base de filtro correspondiente consta de clases  $S_m = \{x_n / m \leq n\}$ . Se hace notar que en las sucesio-

nes lo que interesa especialmente es el comportamiento de estas secciones finales de la sucesión.

#### **Definiciones complementarias**

A cada base de filtro  $B$  en un conjunto  $X$  corresponde de forma unívoca el filtro en  $X$ , pero en general puede haber varias clases de filtro  $B_1$  y  $B_2$  que engendran el mismo filtro  $F$ .

Diremos que dos bases de filtro  $B_1$  y  $B_2$  en un conjunto  $X$  son equivalentes, si y sólo si, cada conjunto de  $B_1$  está contenido en  $B_2$ , y viceversa.

Sean  $F_1$  y  $F_2$  dos filtros en un conjunto  $X$ .

Diremos que  $F_2$  es más fino que  $F_1$  y lo representaremos así  $F_1 \subset F_2$ , cuando cada conjunto que pertenece a  $F_1$  pertenece también a  $F_2$ .

El desdoblamiento iterado de la estructura de árbol en la empresa va generando filtros sucesivos  $F_i$  cada vez más finos, de tal manera que  $F_i$  es más fino que  $F_{i-1}$  pues  $F_i$  se obtiene a partir de  $F_{i-1}$ , y corresponde a un árbol más desarrollado.



Así, por ejemplo, cuando en una empresa el jefe o representante de un órgano asiste a una reunión está actuando en forma delegada de todos sus subordinados, que indudablemente pertenecen a un filtro más fino, el obtenido por desdoblamiento de sus funciones.

Sea  $X$  un conjunto.

Consideremos el conjunto de todos los filtros definidos en  $X$ .

$$F = \{F_i / F_i \text{ es filtro en } X\}$$

En el conjunto  $F$  podemos introducir un orden parcial  $<$  mediante la relación de inclusión  $\subset$

$$F_1 < F_2 \Longleftrightarrow F_1 \subset F_2$$

Puesto que un filtro  $F$  va asociado a una red, y una red a un conjunto  $X$  y a un conjunto dirigido  $D$  que es un árbol, aquellas partes de  $X$  que sean subredes también definen filtros  $F'$  que son subfiltros de  $F$ .

Así surgen los filtros especializados de la empresa, filtro financiero, filtro comercial, etc. El puesto de trabajo o raíz del subárbol en el que se ha definido el filtro, filtra las decisiones, órdenes, tareas, etc. de carácter especializado relativas a la naturaleza del filtro.

### Filtro de entornos en un conjunto

En análisis matemático el concepto de entorno de un punto permite dar una topología a  $\mathbb{R}$  y a  $\mathbb{R}^n$ , y por tanto les confiere estructura de espacio topológico, la definida por la familia de sus entornos.

En análisis funcional, en espacios generales abstractos, es posible por generalización y abstracción dar el concepto de entorno de un punto, y por tanto el de espacio topológico en un filtro, y como consecuencia podemos conferir a la empresa una topología, y hablar de la topología estructural de la empresa.

Recordemos que en la topología en  $\mathbb{R}$  y en  $\mathbb{R}^n$ , a cada punto del espacio  $X$  le asociábamos una base de filtro formada por los entornos de  $X$  de radio  $e$ , perteneciendo el punto  $X$  a cada entorno de radio  $e$ . Por otra parte, ocurría que si  $U$  es un  $e$ -entorno de  $x$  e  $y \in U$ , existe un entorno  $V$  de  $y$  de radio  $e'$ ,  $e' < e$ , tal que  $V \subset U$ .

### Entorno en filtros

Sea  $X$  un conjunto, y  $F$  un filtro en  $X$ . Llamaremos entorno del punto  $X$  del filtro  $F$ , a todos los elementos de  $F$ , incluida la base de filtro, que contiene a  $X$ .

Por tanto, para cada filtro de la empresa, filtro funcional, filtro informativo, filtro de decisiones, etc., podemos establecer una topología, la definida por la familia de los entornos de sus puntos.

Sea  $X$  un conjunto cualquiera y  $D$  un conjunto dirigido.  $X$  puede ser el conjunto de las funciones de la empresa, el conjunto de las decisiones, de las retribuciones de sus trabajadores, etc., y  $D$  el árbol de la empresa.

A cada elemento de  $X$  hacemos corresponder un sistema  $E(x)$  de partes de  $X$ , que verifica lo siguiente

- 1°  $E(x)$  es no vacío y  $\forall V \in E(x) \quad x \in V$
- 2°  $\forall U, V \in E(x) \quad \exists W \in E(x) / W \subset U \cap V$
- 3°  $\forall V \in E(x) \quad \forall y \in V \quad \exists W \in E(x) / W \subset V$

Para cada  $x \in X$  el sistema  $E(x)$  es una base de filtro.

El filtro engendrado es el filtro de entornos de  $x$  y sus elementos son los entornos de  $x$ .

### **Topología estructural**

El filtro de entornos de los elementos de  $X$  dota a  $X$  de una estructura topológica  $\tau$  por lo que  $X$  tiene estructura de espacio topológico. Lo representaremos así  $(X, \tau)$ , y diremos que la base de entornos genera la topología  $\tau$ .

Puesto que hemos definido una topología en  $X$ , en el conjunto de los puestos de trabajo o de las funciones de la empresa por ejemplo, podemos extender a estos espacios abstractos los conceptos de límite, convergencia, continuidad, etc., definidos en análisis, con todas las implicaciones, consecuencias y aplicaciones obtenidas en análisis.

### **Homeomorfismo estructural en la empresa**

Diremos que dos empresas son homeomorfas o topológicamente equivalentes cuando existe una aplicación biyectiva y continua que transforma el árbol funcional de una empresa en el árbol funcional de la otra.

El homeomorfismo empresarial implica igualdad de organigramas, y por tanto de políticas, objetivos y estrategias, si bien en términos de dinámica empresarial y de funcionamiento no es asumible la semejanza dinámica, pues el potencial

humano de cada empresa condiciona su propia dinámica organizativa y su propio funcionamiento.

## **CAPÍTULO IV: SISTEMAS INTEGRADOS DE ORGANIZACIÓN, INFORMACIÓN Y GESTIÓN EN LA EMPRESA**

### **IV.1. INTRODUCCIÓN**

La idea elemental y aparentemente contradictoria de que "el todo es mayor que la suma de las partes" fue enunciada por Aristóteles antes de nuestra era, y sin embargo ha permanecido en el olvido a través de los siglos. La revolución científica e industrial de los siglos XVI, XVII y XVIII, no afloró la idea sino más bien todo lo contrario, contribuyó a su aparcamiento. En esa época primaba una concepción del mundo positivista, mecanicista por las ideas de Newton y Galileo, y racionalista por las de Descartes, y es en los tiempos modernos cuando la idea inicial de Aristóteles resurge y cobra nueva fuerza, siendo el artífice del cambio Bertalanffy, al darse cuenta de que esta idea encierra la esencia del concepto moderno de sistema, publicando en 1943 su Teoría general de sistemas.

Si repasamos nuestro vocabulario habitual nos daremos cuenta de que la palabra sistema la utilizamos con cierta frecuencia, y muy en especial en la literatura científica y en tecnología. Así decimos, sistema locomotor, sistema nervioso, sistema de la seguridad social, sistema de información, sistema de gestión, etc.

Desde esta apreciación utilitaria y pragmática por sistema entendemos un conjunto de partes interrelacionadas entre si, de tal manera que las propiedades del conjunto son distintas de las que se obtienen sumando las de sus partes. El sistema se ha de analizar y estudiar, por tanto, como ente único con comportamiento global diferenciado.

Los problemas básicos que se presentan en el estudio de sistemas son el análisis, diseño, evolución, optimización y control del sistema. Muchos de los conceptos, técnicas instrumentales y metodología, son comunes a todos los sistemas, siendo también común en algunos casos el modelo matemático representativo de su evolución o transformación. La teoría general de sistemas trata de estudiar toda esa problemática común.

Los sistemas de la Física e Ingeniería son fuente permanente de inspiración para el estudio de los sistemas económicos y sociales, y en particular para el estudio de la empresa como sistema, que es nuestro objetivo.

Nuestro punto de partida en este estudio es la definición de la empresa dada por muchos tratadistas, considerándola como un ente jurídico-económico que a partir de unos recursos humanos y materiales ha de conseguir sus objetivos, producción de bienes y servicios con vistas a la obtención de un beneficio óptimo.

Como ente económico que es el marco en el que situamos nuestro trabajo, la empresa ha de obtener sus resultados al realizar las actividades de producción e intercambio. La empresa es, por consiguiente, un Centro autónomo de toma de decisiones. Para lograr su objetivo genérico de beneficio óptimo ha de combinar en forma sincronizada todos los factores de la producción (materiales, máquinas, mano de obra y capital) realizando una serie de funciones en íntima conexión e interrelación (producción, ventas, aprovisionamiento, etc.).

Por existir una interrelación funcional en la empresa, sus funciones no se pueden realizar anárquicamente, y por tanto los factores de la producción no se pueden emplear en forma arbitraria; se han de combinar armónicamente para obtener el beneficio óptimo. Todo ello obliga a que las personas que encarnan la organización de la empresa tengan información adecuada, y en el instante oportuno, tanto del estado del sistema como de su entorno, para conseguir este funcionamiento óptimo, por lo que debe existir retroalimentación de la información en las distintas partes del sistema canalizando la información conveniente.

En este trabajo contemplamos la empresa como sistema, pero la vamos a analizar desde tres puntos de vista muy distintos, que trataremos de integrar: como sistema organizativo, como sistema de información, y como sistema de gestión. La integración armónica de los tres sistemas, que en definitiva son subsistemas de la empresa considerada como sistema nos darán su funcionamiento



óptimo. El sistema organizativo sirve de apoyo al sistema informativo, y éste al de gestión, si bien los tres están interrelacionados entre sí.

Esta visión conjunta, integrada, es la que tratamos de analizar conceptualmente, estudiando el diseño y funcionamiento óptimo de la empresa mediante métodos y técnicas matemáticas extraídas de la teoría general de sistemas, de la teoría de redes y grafos, y de la teoría de conjuntos y estructuras algebraicas.

#### **IV.2. EL SISTEMA EMPRESA Y SUS SUBSISTEMAS**

Consideramos a la empresa como un sistema complejo y abierto, en la que los distintos subsistemas están interrelacionados y organizados formando un todo, en interacción con el entorno y desarrollando un conjunto de funciones cuyo fin es conseguir los objetivos de la misma.

Los subsistemas los clasificamos según las características de las funciones más representativas.

**Funciones básicas.** Producción, Financiación, Comercial.

**Función de dirección y gestión.** Relacionada con las funciones básicas a nivel técnico y operativo.

**Función de personal.** Recursos humanos del sistema que está contenido en todos los demás.

**Función de información.** Relaciona los distintos elementos del sistema entre ellos y el entorno.

En la investigación de un sistema hay que distinguir los aspectos relativos a la estructura en su concepción estática y el conocimiento al comportamiento dinámico; ambos están íntimamente entrelazados, el primero preexiste al segundo.

### **Proposición**

Se admite que el movimiento de flujos (dinero, personal, mercancías, etc.) en una empresa por analogía con el de los líquidos es concreto y continuo.

Esta característica de continuidad se aplica a la conceptualización y simulación del sistema, existen no obstante dos categorías que no se puede aplicar; los procesos decisionales y los flujos discontinuos que frecuentemente se encuentran en la distribución de mercancías y en la empresa de servicios.

**Proposición**

Los flujos que circulan en la empresa han sido limitados como hipótesis de trabajo o se diferencian en seis grandes categorías, circulando en otras tantas redes.

- a) Red de materiales. Comprende los flujos y los stocks de productos físicos, materiales, mercancías, etc.
- b) Red de comandos (órdenes). Es el resultado de decisiones no ejecutadas, según Forrester, un punto entre las decisiones explícitas y las decisiones implícitas.
- c) Red monetaria (dinero). El dinero es tomado aquí en un sentido fiduciario no escriturado.
- d) Red de personal. Comprende los hombres como individuos y no en horas de trabajo. (Es difícil de imaginar los flujos continuos de individuos, la excepción puede ser las grandes organizaciones, en las cuales se funden todas las características individuales).
- e) Red de equipamiento. Comprende las superficies, las máquinas y la energía.

- f) Red de información. Es muy importante. Comprende una secuencia de movimientos de estados. Tiene un papel parecido al sistema nervioso y asume las ligaduras entre las diferentes redes y constituye el agente de coordinación del conjunto del sistema. La información no debe ser identificada con el objeto que representa. Por ejemplo, se confunde balance contable que es un estado fiduciario aparentemente con red monetaria y el estado de crédito que forma parte de la red de información.

La lista de funciones y proposiciones no está cerrada y hay que considerar en la empresa:

1. Integración de flujos, regidos por las compuertas o funciones de decisión.
2. La búsqueda de un sistema general apoyado en varias ciencias que edifiquen una estructura.
3. La polaridad de feed-back. Los bucles de retroalimentación constituyen un elemento base de la empresa. Los bucles de feed-back positivos son el signo de los mecanismos no lineales de expansión; en una explosión si los mecanismos inversos de involución no consiguen frenar entonces los bucles de retroalimentación juegan un papel estabilizador.

4. La no linealidad, a diferencia de ciertas teorías económicas y de programación matemática, se han de considerar aquí esencialmente procesos no lineales.

Vamos a estudiar desde el punto de vista matemático los subsistemas más básicos dentro de la estructura de empresa, el subsistema de organización, el de información y el de gestión.

#### **IV.3. ANÁLISIS Y DISEÑO DEL SISTEMA ORGANIZATIVO DE LA EMPRESA**

Sea  $E$  una empresa con unos objetivos concretos,  $O_1, O_2, \dots, O_n$ , una política general  $P_0$  preestablecida, y una estrategia  $E_r$ , determinada.

Vamos a hacer en primer lugar un estudio descriptivo de la generación del árbol funcional de la empresa, para después entrar en el estudio matemático de su sistema organizativo.

El considerar el sistema con base la función y no los elementos permite pensar que los mismos elementos con una distribución casi igual pueden satisfacer diferentes funciones y, por tanto, ser sistemas diferentes.

Para cumplir los objetivos de una empresa se han de realizar en ella una serie de funciones o macrofunciones, que en una empresa concreta podrían ser fabricar electrodomésticos, comprar materias primas, contratar personal, confeccionar las nóminas, pagar al personal, etc., todas ellas con una entidad, individualidad e interrelación dependientes de la estrategia y política preestablecida.

La macrofunción "fabricar electrodomésticos", por ejemplo, se puede subdividir a su vez en funciones de menor rango tales como fabricar lavadoras, fabricar lavaplatos, etc., quienes asimismo se pueden descomponer en otras funciones inferiores. La función fabricar lavadoras se puede desdoblar en fabricar el motor, la bomba del agua, la carcasa del aparato, etc., así siguiendo en este desdoblamiento sucesivo de funciones se llegaría a las funciones más elementales como torneear, fresar, limar, etc.

Este proceso ha dado lugar a que la macrofunción "fabricar electrodomésticos" (Departamento de fabricación) se haya descompuesto en Divisiones (División de lavadoras, División de lavaplatos, etc., quienes a su vez se han desdoblado en Talleres (taller mecánico, taller de pintura, taller de montaje, etc.), así como el taller mecánico en las secciones de chapa, soldadura, utillaje, etc.

Asimismo, y dependiendo de la estrategia y política preestablecidas, determinados componentes pueden ser subcontratados a la industria auxiliar (la bomba de

agua, el motor, etc.), limitándose la División correspondiente de la empresa al montaje de componentes y terminación final del aparato.

Tal como se ha hecho con la macrofunción "fabricar" representada por el Departamento de Fabricación, como subsistema de la empresa, se podría hacer con las demás macrofunciones en este desdoblamiento sucesivo de funciones, y en definitiva se podría dar forma al árbol funcional de la empresa, creando y desarrollando los distintos subsistemas, Departamento de Fabricación, Departamento Económico, Departamento de personal, etc.

#### **El conjunto $F$ de las funciones de la empresa. El conjunto de las partes de $F$**

Sea  $F$  el conjunto de las funciones elementales de la empresa necesarias para cumplir sus objetivos según la política y estrategia preestablecidas. Consideramos conceptos primarios el de función, política y estrategia.

Sea  $P(F)$  el conjunto de las partes de  $F$ . El conjunto  $P(F)$  tiene estructura de retículo respecto a la unión  $\cup$  e intersección  $\cap$  de conjuntos y además es complementario y distributivo, por lo que  $P(F)$  es un álgebra de BOOLE, siendo  $F$  el conjunto universal y  $\phi$  el conjunto vacío.

Si el cardinal de  $F$  es  $n$ , el cardinal de  $P(F)$  es  $2^n$ , por tanto el número de elementos de  $P(F)$  es generalmente elevado. Hacemos notar que sólo determinados elementos de  $P(F)$  tienen interés en relación a la esencia del sistema organizativo de la empresa, pues no se pueden agrupar anárquicamente los elementos de  $F$ , ni se pueden relacionar arbitrariamente los elementos de  $P(F)$ .

#### Particiones sucesivas del conjunto $F$ . El conjunto de las particiones de $F$

Sea  $F$  el conjunto de las funciones elementales de la empresa y  $F_1, F_2, \dots, F_n$  subconjuntos de  $F$  no vacíos.

Diremos que los subconjuntos  $F_1, F_2, \dots, F_n$  constituyen una partición simple o de orden 1 del conjunto  $F$ , y la representaremos por  $P_1(F)$ , cuando se verifica.

$$1. \bigcup_{i=1}^n F_i = F$$

$$2. F_i \cap F_j = \emptyset \quad \forall i \neq j.$$

Esta definición coincide con la de partición de un conjunto, y correspondería al primer desdoblamiento funcional de  $F$  en macrofunciones,

$$P_1(F) = \{F_1, F_2, \dots, F_n\}.$$



Podemos establecer particiones sucesivas del conjunto F.

$$P_1(F), P_2(F), \dots, P_m(F)$$

donde  $P_i(F)$  es una partición de orden  $i$  del conjunto F, y estaría constituida por los elementos que se obtienen al efectuar una partición simple en cada uno de los elementos de la  $P_{i-1}(F)$ .

Si

$$P_{i-1}(F) = \{F_{i-1,1}, F_{i-1,2}, \dots, F_{i-1,p}\}$$

$$P_i(F) = \bigcup_{j=1}^p P_1(F_{i-1,j})$$

Por abstracción diremos que los subconjuntos F,  $\phi$  constituyen la partición de orden 0 de F, y la representaremos por  $P_0(F)$ .

Al conjunto

$$P_c(F) = \bigcup_{i=0}^{\infty} P_i(F)$$

le llamaremos conjunto de las particiones de F. El conjunto  $P_i(F)$  se obtiene al efectuar el desdoblamiento reiterado y anidado de F en macrofunciones de rango decreciente.

Los elementos de  $P_i(F)$  son elementos de  $P(F)$ .

$$P_i(F) \subset P(F)$$

**Propiedad**

La relación de inclusión  $\subset$  confiere al conjunto  $P(F)$  y  $P_i(F)$  el carácter de conjunto ordenado, inducido, con elemento maximal o primer elemento (el propio conjunto  $F$ ).

En efecto, la relación de inclusión  $\subset$  tiene las propiedades reflexivas, antisimétrica y transitiva, y por tanto es una relación de ordenación. Todo subconjunto totalmente ordenado tiene por lo menos una cota superior, y por consiguiente es inducido.

Según el lema de Zorn todo conjunto ordenado, inducido, no vacío, tiene por lo menos un elemento maximal; en este caso único, el propio conjunto  $F$ .

**Propiedad**

Los conjuntos  $P(F)$  y  $P_i(F)$  ordenados por la relación de inclusión  $\subset$ , tienen estructuras de retículo.

En efecto, se pueden definir en  $P(F)$  y en  $P_i(F)$  dos leyes de composición internas  $\vee$ ,  $\wedge$ .

$$x \vee y = \sup. \{X, Y\}$$

$$x \wedge y = \inf. \{X, Y\}$$

que cumplen las propiedades idempotente, conmutativa, asociativa, y de absorción, y por tanto son retículos.

Para  $P(F)$  basta tomar

$$\sup. \{X, Y\} = X \cup Y$$

$$\inf. \{X, Y\} = X \cap Y$$

y como las operaciones  $\cup$  e  $\cap$  de conjuntos tienen las propiedades indicadas, el conjunto  $P(F)$  tiene estructura de retículo con elementos maximal  $F$ . La demostración para  $P_i(F)$  es trivial, y análoga.

La estructura de retículo con elementos maximal equivale en la Teoría de grafos a la estructura de árbol (algunos autores la denominan arborescencia).

#### El árbol funcional de la empresa

Sea  $P_i(F)$  el conjunto de las particiones de  $F$  que optimiza funcionalmente los objetivos de la empresa. La relación de inclusión en el conjunto  $P_i(F)$  establece un encadenamiento de subconjuntos de  $F$ , o lo que es lo mismo, introduce una relación de ordenación  $R_0$  que confiere al conjunto  $P_i(F)$  estructura de árbol, el árbol funcional de la empresa, y que representaremos así:

$$\{P_i(F), R_0\}$$

Vamos a representar gráficamente el árbol funcional:

Por hipótesis  $P_0(F) = F$

Supongamos que

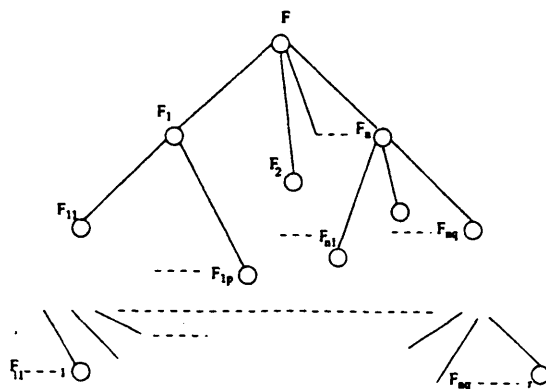
$$P_1(F) = \{F_1, F_2, \dots, F_n\}$$

$$P_2(F) = \{F_{11}, F_{12}, \dots, F_{1p}, \dots, F_{n1}, F_{n2}, \dots, F_{nq}\} \dots$$

$$\dots P_m(F) = \{F_{11\dots 1}, \dots, F_{nq\dots r}\}$$

Cada función de  $P_i(F)$  forma parte del árbol funcional, generando un puesto de trabajo, que ha de ser ocupado y desempeñado por una persona de la empresa. Se crea por tanto una dependencia jerárquica entre puestos de trabajo, y por tanto entre personas de la empresa.

El árbol funcional o árbol de dependencia jerárquica adoptaría esta forma



### Plantilla de la empresa

Sea  $U$  el conjunto universal de las personas y  $f$  una ampliación de  $P_i(F)$  en  $U$  que optimiza el funcionamiento de la empresa

$$f: P_i(F) \longrightarrow U$$

que asigna a cada puesto de trabajo del árbol funcional, una persona de  $U$ .

La imagen de la aplicación  $f$ , constituye la plantilla de la Empresa.

### El sistema organizativo

En el árbol funcional  $\{P_i(F), R_0\}$ , y por tanto en el árbol de dependencia jerárquica entre puestos de trabajo, iremos definiendo una serie de relaciones binarias para crear el sistema organizativo de la empresa.

A continuación vemos la forma de generar estas relaciones binarias y los matices o aspectos que vamos introduciendo.

- Se define una relación de equivalencia  $R_e$ , equiparando puestos de trabajo teniendo en cuenta la responsabilidad y autoridad inherente al mismo, apareciendo como consecuencia niveles de responsabilidad y de importancia de puestos de trabajo.

El conjunto cociente de  $P_i(F)$  respecto a la relación de equivalencia  $R_e$

$$P_i(F)/R_e$$

define niveles de responsabilidad, y confiere al árbol de dependencia jerárquica  $\{P_i(F), R_e\}$  el carácter de árbol evaluado, que lo representaremos por

$$\{P_i(F), R_e, R_e\}.$$

- En el árbol evaluado  $\{P_i(F), R_e, R_e\}$  se establece una relación de coordinación por medio de una relación de orden temporal  $R_c(t)$ , que transfiere temporalmente el orden  $R_e$  (para conseguir un funcionamiento óptimo), y por tanto la dependencia jerárquica que conlleva, de un subárbol a otro, o de una cadena a otra en un mismo subárbol, en un instante determinado  $t$ , y a un cierto nivel.

Esta relación de coordinación  $R_c(t)$ , confiere al árbol evaluado el carácter de árbol evaluado y coordinado y lo representaremos por  $\{P_i(F), R_e, R_e, R_c(t)\}$ .

- En el árbol evaluado y coordinado anterior, se establece una relación de preferencia, de selección  $R_p$ , por la cual se destacan determinados subárboles, a los que llamaremos subárboles preferenciales,  $L_1, L_2, \dots, L_n$ , que constituyen las líneas de la Empresa. Son subárboles especiales que inciden directa, e independientemente, en la consecución de los objetivos de la Empresa, siendo los demás subárboles órganos de servicio (Staff), de éstos.

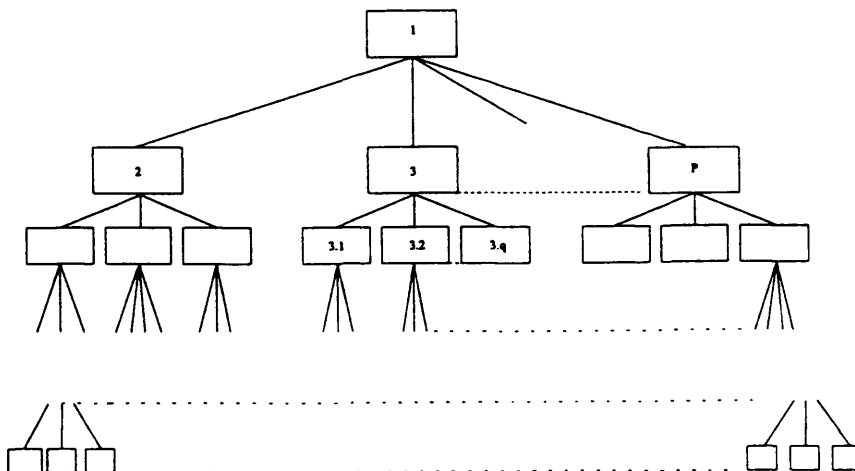
Las funciones de fabricar, comprar, vender, contratar, etc., son funciones de línea, en cambio pagar facturas, almacenar productos, pagar la nómina de personal, etc., son funciones de servicio.

El árbol evaluado y coordinado con esta relación de preferencia o de selección, que define las líneas  $L_1, L_2, \dots, L_n$ , confiere al conjunto  $P_i(F)$  el carácter de árbol evaluado coordinado, y linealizado, y lo representaremos por

$$\{P_i(F), R_o, R_e, R_o(t), R_p\}$$

En definitiva, hemos generado el sistema organizativo.

El grafo correspondiente al árbol funcional evaluado, se le llama normalmente organigrama de la Empresa, y adoptaría esta forma simplificada, en la que se reflejan los niveles horizontalmente, y sólo figuran los puestos significativos.



1. Director.
2. Departamento Económico.
3. Departamento de Fabricación.
- .....
- p. Departamento de personal.
- .....
- 3.1. Taller mecánico.
- 3.2. Taller de ajuste.
- 3.q. Taller de pintura.
- etc.

#### **La línea. El servicio a la línea**

Frecuentemente oímos o incluso decimos refiriéndonos a determinadas personas que trabajan en la Empresa: "es un ejecutivo", "es un hombre de empresa". Cuando así nos manifestamos, nos estamos refiriendo a personas de la Empresa que ocupan puestos de trabajo que los distingue fácilmente de los demás; son realmente "hombres de acción", "de gestión", que toman decisiones importantes, que repercuten de forma directa en la marcha de la Empresa en cuanto a la consecución de objetivos, y también en toda la colectividad que trabaja en ella por generar trabajo adicional.



Estos puestos de trabajo son puestos de línea, y las personas que los ocupan son personas de línea, que venden, que compran, que fabrican, que contratan componentes, etc.

Dado que los elementos de una línea  $L$ , y en definitiva la propia línea, incide en la consecución de algún objetivo de la Empresa, y su ausencia lleva implícito la no consecución de algún objetivo, todos los demás elementos del árbol funcional, y por tanto del árbol de dependencia jerárquica, han de prestar un servicio a la línea realizando las funciones que va generando, o creando otras que la apoyan.

Es decir, si  $F_k$  es elemento de línea de nivel jerárquico  $n$ , y  $F_j$  no es de línea, y su nivel también es  $n$ , se verifica:

$$F_j \in L \longrightarrow F_k R_0(t) F_j$$

#### IV.4. ANÁLISIS Y DISEÑO DEL SISTEMA DE INFORMACIÓN

La empresa en su funcionamiento es fuente permanente de producción de datos.

El concepto de dato base lo consideramos concepto primario.

Un dato base o información elemental surge al constatar un hecho, al llevar a cabo en suma, cualquiera de las múltiples actividades primarias de la empresa.

Pagar una factura, un apunte contable, una salida de material del almacén, cons-

tatar que un trabajador ha realizado dos horas extraordinarias, comprobar un error en un albarán, etc., son algunas de las muchas informaciones elementales que se producen en la empresa. Son informaciones que todavía no han sufrido tratamiento.

Cualquier información elemental lleva implícito el que sea necesario realizar otras funciones, que a su vez producen nueva información. Existe por tanto una retroalimentación permanente de información en la empresa, y en sus múltiples subsistemas en que se subdivide, que está generando información permanentemente.

Así, una salida de material del almacén provoca una variación de las existencias tanto del almacén como del taller que hace la salida, y como consecuencia se han de hacer una serie de apuntes contables de cargar o abonar en las respectivas cuentas, y de actualización de archivos. La actualización supone una determinación del stock de material, que si ha alcanzado el nivel de pedido puede dar lugar a una gestión de reposición, a una compra, y nuevamente se genera información, la previsión de un pago, la espera del material, etc.

Este proceso constante de generación de información, elemental si simplemente se constata un hecho, o elaborada si ha sufrido un tratamiento previo, nos lleva a contemplar la empresa como un sistema de información, como un ente con comportamiento global, que se subdivide en partes o subsistemas de información

interrelacionados y retroalimentados, y por tanto se comporta como un servosistema.

La información tiene una definición matemática precisa en cuanto a la teoría de la información, donde está relacionada con las probabilidades de ocurrencia de estados. La ganancia de información es igual a la pérdida de incertidumbre. Es interesante observar que la fórmula matemática para la información es la forma negativa de la que se usa para la medida termodinámica de la entropía. Vagamente información significa orden y organización; entropía significa desorden, caos, azar total.

La información a menudo se confunde con los datos, el conocimiento y la erudición. Estos se pueden considerar como los pasos secuenciales en la recolección, el procesamiento, el refinamiento y la utilización de la experiencia. Los datos son registros, hechos u observaciones aisladas u organizaciones locales de los mismos, por ejemplo, el relacionarse con series de tiempo y datos estadísticos.

La información consiste o debería consistir en datos cualitativos y cuantitativos, formales e informales, organizados para algún propósito útil, planificación, establecimiento de la política y toma de decisiones. Se puede considerar que el conocimiento es una aplicación real de la información para lograr un propósito tal como la toma de decisiones. La erudición es el conocimiento acumulado, moderado por la experiencia.

El sistema organizativo sirve de apoyo o sostén del sistema de información, ya que la información se produce al realizarse las funciones o macrofunciones del sistema organizativo. Las informaciones elementales o datos base constituyen una red o grafo, siendo los nudos de la red, los nudos del árbol funcional, pero el sistema de información sirve de apoyo del sistema de gestión, por lo que estas informaciones han de sufrir un proceso de recopilación, tratamiento, distribución y almacenamiento o archivo.

La recopilación de la información supone una selección entre las múltiples informaciones elementales de la red informativa de la empresa, y el registro en un soporte, en un impreso de papel, en una ficha de cartulina, en un diskette o cinta magnética de un ordenador, etc.

El tratamiento de la información lleva implícito una serie de operaciones como clasificación, estructuración de la información, comparaciones, cálculos elementales, etc., etc. El tratamiento automático de la información mediante ordenador facilita la optimización del sistema de información y por tanto del de gestión.

La estructuración de la información consiste en formar agregados de información o campos agrupando varios ítems de datos, quienes a su vez se agrupan formando registros, y éstos en archivos o ficheros (de materiales, de personal, de proveedores, de clientes, etc., etc.). La estructura de un agregado relativa a un

cliente puede ser por ejemplo, la sede o razón social, la clave del cliente, el número de su cuenta, su saldo, etc.

La distribución de la información implica un flujo de información ya tratada (al menos estructurada), entre las distintas partes del sistema de recogida de datos, formando una red de flujo y reflujo de información, de alimentación y retroalimentación en definitiva, a los distintos subsistemas del sistema organizativo para conseguir una gestión óptima.

El almacenamiento de la información en archivos o ficheros actualizados se considera básico para la optimización del sistema de información, y por tanto del de gestión. La empresa es un sistema dinámico, y como tal su historia marca su propia evolución, de ella depende su funcionamiento óptimo.

### **La red informativa**

Sea  $I$  el conjunto de todas las informaciones elementales y elaboradas de la empresa, y  $r$  una correspondencia multívoca de  $I$  en  $I$  que expresa la interdependencia o relación de procedencia entre elementos de  $I$ .

Al grafo  $G = \{I, r\}$  le denominaremos la red informativa de la empresa. Sus vértices o nudos son fuentes de información del sistema, y se corresponden con

los vértices o nudos del árbol funcional evaluado  $\{P_i(F), R_0\}$  del sistema organizativo.

#### El sistema informativo

Sea  $G = \{I, r\}$  el grafo definido por la red informativa de la empresa, y  $V = V_1, V_2, \dots, V_n$  el conjunto de sus vértices o nodos. Es decir  $G = \{V, r\}$ .

Vamos a destacar una serie de relaciones binarias en  $V$ , y por tanto en  $G$ , para estructurar y crear el sistema informativo:

- Destacamos una relación de equivalencia  $R_e$ : "existe un camino  $V_i \in V$  a  $V_j \in V$ , y recíprocamente".

La relación  $R_e$  es una relación de equivalencia pues es reflexiva, simétrica y transitiva. Es trivial.

El conjunto cociente  $G/R_e$  está constituido por clases de equivalencia  $G_1, G_2, \dots, G_p$  con  $p < n$ , que son subgrafos fuertemente conexos máximos.

En efecto, sea,  $G_i = \{I_i, r\}$  con  $I_i \subset I$ , y designemos por  $V^i$  al conjunto de sus vértices. Por tanto

$$G_i = \{V^i, r\}, V^i \in V.$$

Desde cualquier vértice  $V_i$  de  $G_i$  se puede alcanzar cualquier otro vértice siguiendo un camino en  $G_i$ . Es decir

$$\forall V_i \in V^i \quad \hat{r}(V_i) \subset V^i$$

siendo  $\hat{r}(V_i)$  el cierre transitivo de  $V_i$ .

$$\hat{r}(V_i) = \{V_i\} \cup \{r(V_i)\} \cup \{r^2(V_i)\} \cup \dots \cup \{r^m(V_i)\} \cup \dots$$

y 
$$r^m(V_i) = r\{r^{m-1}(V_i)\}$$

Por otra parte, a cualquier vértice de  $G$ , se puede acceder desde otros vértices pertenecientes a otros subgrafos. Es decir:

$$\forall V_i \in V^i \quad \hat{r}^{-1}(V_i) \subset V^i$$

siendo  $r^{-1}$  la correspondencia inversa de  $r$ , y  $\hat{r}^{-1}(V_i)$  el cierre transitivo inverso de  $V_i$ .

$$\hat{r}^{-1}(V_i) = \{V_i\} \cup \{r^{-1}(V_i)\} \cup \{r^{-2}(V_i)\} \cup \dots \cup \{r^{-m}(V_i)\} \cup \dots$$

Como consecuencia, si  $V_i \in V^i$

$$V^i = \{\hat{r}(V_i)\} \cup \{\hat{r}^{-1}(V_i)\}$$

En definitiva,  $G_i$  es un grafo fuertemente conexo máximo.

Cada subgrafo  $G_i$  define un subsistema de información de la empresa; contiene toda la información relativa a un subsistema de gestión.

Para una empresa concreta podrían ser entre otros, los subsistemas de lanzamiento y control de la producción, de aprovisionamiento y control de materiales, de administración y gestión de ventas, etc.

La identificación de estos subgrafos o subsistemas es tarea paciente y compleja, pero fundamental para la concepción del sistema. Hay que detectar todas las conexiones internas y conexiones intergrafos.

- En el conjunto cociente  $G/R_e$  destacamos una relación  $R_0$ : "Existe un camino de la clase  $G_i$  a la  $G_j$ ".

Esta relación  $R_0$  es una relación de interconexión entre subgrafos, entre subsistemas, y cumple las propiedades reflexivas, antisimétrica y transitiva.

El grafo  $\{G/R_e, R_0\}$  es un grafo conexo, al que denominaremos el grafo informativo de la empresa. Sus vértices lo son también del árbol funcional  $\{P_T(F), R_0\}$ .

El conjunto  $G$  con las relaciones  $R_e, R_0$  define el sistema informativo. El grafo informativo es el marco de recopilación, distribución, tratamiento y archivo de la información.



#### **IV.5. ANÁLISIS Y DISEÑO DEL SISTEMA DE GESTIÓN. INTEGRACIÓN**

A partir de los objetivos generales de la empresa y de la política y estrategia establecida, se puede crear un programa o plan general, que se descompone en una serie de programas parciales con unas metas u objetivos temporales e interdependientes a conseguir, que a su vez se desdoblan en subprogramas con submetas o subobjetivos, y éstos a su vez en otros de menor rango en forma escalonada, y así hasta llegar a objetivos y metas de rango inferior. El programa será óptimo si el aprovechamiento de recursos también lo es.

El programa o plan general de una empresa concreta puede incluir por ejemplo un programa de fabricación, otro de ventas y otro de financiación interconectados entre sí en el tiempo, de los cuales se derivan una serie de subprogramas, tales como un subprograma de existencia de fondos para pago de proveedores, pago de personal, etc. Asimismo del programa de fabricación surgen otros subprogramas, de compra de materiales, de inversiones, etc., etc.

Desde esta óptica global podemos considerar la empresa como un Centro autónomo de toma de decisiones interrelacionadas entre sí en el tiempo. Es preciso por tanto una sincronización de programas y subprogramas, y una asignación de responsabilidades en la consecución y control de metas y objetivos como asimismo es imprescindible la continuidad de todos los flujos, de materiales, de fondos, de inversiones, etc., etc.

De todo ello se deduce que para conseguir la sincronización y optimización del funcionamiento de la empresa se precisa de un modelo de decisión que facilite la toma de decisiones. El modelo es el marco del sistema de gestión.

Un modelo de decisión es un conjunto de reglas o técnicas de gestión, que por contraste del funcionamiento real de la empresa con el teórico expresado por el modelo, se deduce la decisión óptima en todo momento. Por estas razones se considera a veces el sistema de información como un subsistema del de gestión.

Las decisiones que se producen en la empresa se pueden clasificar en tres tipos según la importancia e influencia en el cumplimiento de objetivos y programas.

Las decisiones tácticas o de segundo escalón tienen lugar cuando la empresa se aparta de la programación prevista. Las técnicas de gestión, han de corregir esas irregularidades.

Las decisiones estratégicas son decisiones de gran trascendencia. Se producen sólo en el nivel superior de la dirección previos estudios profundos de la empresa y su entorno, y llevan implícito casi siempre un cambio de objetivos y una remodelación general de la empresa.

Las decisiones implícitas fluyen automáticamente del estado del sistema. Por ejemplo, la fabricación de productos depende del nivel de stock y de la

demora del proveedor. Por el contrario, las decisiones explícitas se sitúan fuera del sistema y dependen esencialmente de la aparición más o menos subjetiva o arbitraria de los agentes económicos como los clientes. Las decisiones simultáneas son independientes pues hace falta un cierto tiempo para transmitir la información de un punto a otro. Esta hipótesis es opuesta a la idea de gestión integral. Por ejemplo, se desconocen las ventas y los precios al instante, se actúa con medios y niveles medios de semanas, meses, años, etc.

#### **La red de decisión**

Sea  $D$  el conjunto de todas las decisiones precisas para cumplimentar el programa o plan general de la empresa, que suponemos óptimo, y  $f$  una correspondencia multívoca de  $D$  en  $D$  expresa la interrelación de precedencia entre elementos de  $D$ .

El grafo  $\{D, f\}$  constituye la red de decisión de la empresa. Puesto que toda decisión produce una información, y toda información genera a su vez una decisión, los nudos o vértices de la red informativa  $\{I, r\}$  coinciden con los de la red de decisión  $\{D, f\}$ , y todo subgrafo de una red tiene su homólogo en la otra red.

Por consiguiente  $r = f$ , aunque conceptualmente no lo son.

### **El sistema de gestión**

Sea  $\{D, f\}$  la red de decisión correspondiente al programa  $P$ , óptimo, y  $M$  el modelo de decisión que optimiza el funcionamiento de la empresa.

El sistema de información juntamente con el modelo  $M$  define el sistema de gestión de la empresa.

Por consiguiente, las relaciones  $R_g, R_e$ , que generaron el grafo informativo de la empresa  $\{G/R_e, R_g\}$  en la red  $\{I, r\}$ , al aplicarlas a la red  $\{D, f\}$  genera el grafo de decisión  $\{D/R_e, R_g\}$ . Sus vértices son comunes, siendo Centros de recogida de datos el primero, y Centros de tratamiento, control y decisión en el segundo.

## **IV.6. ORGANIZACIÓN DIFUSA EN LA EMPRESA**

En el lenguaje humano no sólo utilizamos pensamiento formal, es decir, proposiciones o sentencias declarativas de dos estados (verdaderas o falsas), sino también conceptos y expresiones vagas, difusas, que admiten distintos estados o apreciaciones de verdad o de valor precisamente por esa vaguedad, y que al componerlos con los operadores lógicos del lenguaje obtenemos proposiciones compuestas que también presentan distintos estados de verdad o de valor dependientes de que tengan sus componentes.

El pensamiento difuso se comporta, por tanto, como un álgebra; nacen así las lógicas difusas, que ya no son bivalentes, sino multivalentes, cuyos elementos admiten distintos estados de verdad e incluso infinitos valores de verdad.

La lógica difusa es la lógica del sentido común, la que emplean las personas que calificamos de juiciosas y con sentido común, con una visión multicolor de las cosas, pues frente al blanco y el negro hay matices, existen otros colores dignos de ser contemplados para tener un enfoque objetivo, real, de las realidades humanas y sociales.

La empresa es marco abonado para el pensamiento difuso pues la realidad empresarial es imprecisa por su propia esencia y concepción. Tanto la organización general como la problemática laboral, comercial, financiera, etc., debe ser tratada en un contexto difuso. Así por ejemplo, los proveedores de materiales prestan un servicio en plazo y calidad que admite una visión multivalente, pues puede ser bueno, malo, bastante bueno, regular..., como igualmente los clientes que compran productos de la empresa efectúan sus pagos bien, mal, regular, a veces, casi siempre..., etc.

La abstracción y simplificación realizada nos ha permitido crear el modelo matemático formal, pero este planteamiento es muy simplista y nos proporciona sólo una visión estática de la empresa mediante su organigrama, pues la dinámica

empresarial es compleja y su organización difusa e imprecisa por múltiples causas.

En el funcionamiento de la empresa surgen funciones no previstas, se manifiesta la indefinición y la concepción funcional incompleta o deficiente, los intereses personales, la apatía y falta de motivación, la incapacidad de unos y la supercapacidad de otros que rompe el equilibrio orgánico, el mal entendimiento de la organización, etc., en suma, y como consecuencia, aparecen las interferencias funcionales y el alejamiento del modelo abstracto reflejado por el organigrama de la empresa.

Se origina, por tanto, una organización borrosa y el organigrama y reparto funcional es difuso, es inexacto, y debe ser estudiado y tratado por la teoría de los conjuntos borrosos de ZADEH, lógicas multivalentes y relaciones multifuncionales borrosas. Esto es lo que intentamos a continuación.

#### **Particiones sucesivas borrosas del conjunto $F$**

Sea  $F$  el conjunto de las funciones elementales de la empresa, y  $P$  el conjunto de las propiedades básicas o macropropiedades que han de cumplir sus elementos para que se puedan cumplir los objetivos de la empresa según la política y estrategia establecida

$$P = \{p_1, p_2, \dots, p_n, \dots\}$$

Sea  $V$  un conjunto de funciones matemáticas de valoración de los elementos de  $F$  mediante cada una de las propiedades de  $P$  que las cumplen todos ellos con un cierto grado o valor

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_n, \dots\}$$

de tal manera que a cada  $p_i$  se asocia una  $v_i$ , y si  $p_i \neq p_j$  es  $v_i \neq v_j$ .

Consideremos cada  $v_i$  como una función de multivaloración de Lukasiewicz de las lógicas multivalentes

$$v_i: F \longrightarrow I$$

por la cual

$$f \in F \longrightarrow v_i(f) \in I$$

siendo

$$\text{Im}(v_i) = I \quad I \subset [0,1] \quad 0,1 \in I$$

$$x \in I \longrightarrow 1 - x \in I$$

Cada función de multivaloración es una función característica que para  $v_i(f) = 1$  y para  $v_i(f) = 0$  coincide con la función característica de la teoría de conjuntos clásica, y por tanto, se generaría el modelo de organización formal estudiado en el punto anterior.

Puesto que el grado de ponderación de los elementos de  $F$  por cada función  $v_i(f)$  de valoración oscila entre 0 y 1, cada función  $v_i(f)$  y por tanto, cada propiedad  $p_i \in P$  establece un desdoblamiento del conjunto  $F$ , siendo los elementos de este desdoblamiento subconjuntos borrosos de  $F$  como veremos.

### Proposición

El conjunto  $V$  de funciones de multivaloración establece una partición difusa  $P_i^d(f)$  del conjunto  $F$ .

Si  $P_i^d(F) = \{F_1^d, F_2^d, \dots, F_n^d, \dots\}$  sus elementos son subconjuntos borrosos de  $F$ , pues se verifica que

$$f \in F_i^d \longleftrightarrow 0 \leq v_i(f) \leq 1$$

y, por tanto, la función  $f$  pertenece a  $F_i^d$  con un cierto grado de pertenencia, el definido por  $v_i(f)$ , pudiendo pertenecer  $f$  simultáneamente a distintos subconjuntos de  $P_i^d(F)$ ; de ahí les viene el carácter de borroso. Estaríamos en la teoría de conjuntos borrosos, de la cual es un caso particular la teoría de conjuntos clásica.

En la estructura formal designamos por  $P_1(F)$  a la 1ª partición de  $F$  en el desdoblamiento funcional iterado de  $F$ .



$$P_1(F) = \{F_1, F_2, \dots, F_n, \dots\}$$

y sería

$$F_i = \{f \in F / v_i(f) = 1\}$$

es decir,  $F_i$  estaría constituido por las funciones  $f$  de  $F$  cuya valoración por  $v_i$  es la unidad. Esto significa que

$$F_i \subset F_i^d$$

y, por tanto,

$$P_1(F) \subset P_1^d(F)$$

En la estructura formal la función característica sólo toma los valores 1 y 0, por lo que sólo caben dos posibilidades

$$f \in F_i \quad \text{o} \quad f \notin F_i$$

y, por tanto

$$f \in F_i \longrightarrow f \notin F_j \quad \text{para } i \neq j$$

en cambio en la organización difusa puede ocurrir que

$$f \in F_i^d \quad \text{y} \quad f \in F_j^d \quad \text{con } i \neq j$$

bastaría para ello que

$$v_i(f) = v_j(f)$$

### Consecuencia

Llegamos a la conclusión que la estructura formal es un caso particular de la estructura borrosa, como lo es la teoría de conjuntos clásica de la teoría de conjuntos borrosos.

Desdoblando en forma iterada el conjunto  $P$  de propiedades en subpropiedades de rango decreciente, y valorando los elementos de  $F$  sucesivamente por funciones de multivaloración de Lukasiewicz, tendríamos el conjunto  $P_i^d(F)$  de las particiones sucesivas borrosas de  $F$

$$P_i^d(F) = \{P_1^d(F), P_2^d(F), \dots\}$$

de tal manera que

$$P_i(F) \subset P_i^d(F)$$

donde  $P_i(F)$  es el conjunto de las particiones de  $F$  en la organización formal.

Todo ello implica que en la estructura difusa aparece sobre el árbol funcional de la estructura formal funciones que "flotan", que forman un "halo" sobre su estructura, que simultáneamente pertenecen a varios órganos a la vez, que realmente no han sido previstas y que, por tanto, habría que vigilar especialmente pues son las más conflictivas y las que habría que acabar encajando en la estructura formal, ya que son las más sensibles y las que pueden producir más confusión por las interferencias funcionales, sin embargo son las que hacen que las organizaciones tengan vida propia, y al mismo tiempo crezcan y se desarrollen.

**Proposición**

La relación de inclusión borrosa  $\subset$  confiere al conjunto  $P_1^d(F)$  el carácter de conjunto ordenado.

En efecto,

Sean  $X, Y \in P_1^d(F)$

$$X \subset Y \longleftrightarrow v_i, v_j \in V / v_i(x) \leq v_j(y) \quad \forall x \in X, \forall y \in Y$$

Es trivial que esta relación es reflexiva, antisimétrica y transitiva y, por tanto,  $P_1^d(F)$  es un conjunto ordenado.

**Proposición**

La relación de inclusión borrosa confiere al conjunto  $P_1^d(F)$  el carácter de retículo, y al conjunto  $P^d(F)$  de las partes borrosas de  $F$  el carácter de álgebra de MORGAN.

En efecto, teniendo en cuenta la relación de inclusión borrosa definida en  $P_1^d(F)$ , podemos definir otras dos leyes  $\wedge, \vee$

$$X \wedge Y = \min \{v_i(x), v_j(y)\}$$

$$X \vee Y = \max \{v_i(x), v_j(y)\}$$

con  $x \in X$ ,  $y \in Y$ .

Las leyes  $\wedge$ ,  $\vee$  cumplen las propiedades idempotente, de absorción, conmutativa, asociativa y distributiva, por tanto confieren a  $P_1^d(F)$  estructura de retículo distributivo.

Las leyes  $\wedge$ ,  $\vee$  con las proposiciones indicadas -juntamente con la ley-, definida en las multivaloraciones de Lukasiewicz que cumple la propiedad idempotente y las leyes de Morgan confieren a  $P_1^d(F)$  estructura de álgebra de Morgan.

## CONCLUSIONES

El funcionamiento óptimo de la empresa se obtiene cuando organización, información y gestión están en perfecta armonía, equilibrio y sincronización. Es decir, cuando existe integración de los sistemas organizativos, de información y de gestión, para que la empresa funcione como un todo, como sistema.

La integración de los sistemas de información y gestión ha sido posible en los últimos años gracias a la utilización del ordenador como instrumento de simulación. El proceso de decisión en forma automática es ideal para la mediana y gran empresa, en especial para esta última.

En una integración por ordenador se debe poner sumo cuidado en la concepción del sistema, pues se corre el riesgo de centralizar excesivamente la gestión, de deshumanizar la empresa, y de perder el enlace con el sistema organizativo.

## **CAPÍTULO V: ENTROPÍA DE LA EMPRESA**

### **V.1. INTRODUCCIÓN**

El concepto de entropía, cuyo uso original estaba circunscrito al enunciado del segundo principio de la termodinámica, hoy se aplica a otras ciencias. Todo sistema en forma natural y espontánea tiende a desorganizarse a partir de un cierto punto que normalmente señala la cúspide de un proceso evolutivo, momento en el cual el sistema comienza a importar variedad en su comportamiento, a hacerse más probabilístico y, por tanto, menos predecible. Es precisamente el control el proceso que se opone a la entropía y logra organizar el sistema, reduciendo la variedad y manteniendo cohesionados los elementos componentes del sistema mediante relaciones de información. Sólo que todo control es temporal y la entropía termina por imponerse.

La entropía de cualquier sistema físico puede ser considerada como la medida de la información en dicho sistema. Con el aumento de la entropía disminuye la cantidad de información y viceversa. El grado de organización lo mide precisamente la cantidad de información que hay que suministrar al sistema para transformarlo del estado desordenado inicial al estado organizado exigido.

Sin embargo, la teoría estadística de la información no toma en cuenta el significado y el valor de las comunicaciones que se transforman, ni tampoco la posibilidad de empleo ulterior de la información obtenida (estas cuestiones son materias de una disciplina: la teoría semántica de la información).

En la teoría de la información la entropía alcanza su máximo valor cuando las posibilidades son iguales. Esto ocurre cuando la variedad es también máxima: el sistema es indiferenciado y no contiene información.

Las empresas no son seres vivos pero tienden a comportarse como tales si pretenden sobrevivir. Son sistemas abiertos capaces de evitar la entropía, lo cual se logra si se puede adquirir del medio exterior, primeramente información y en segundo término, energía. La empresa considerada como un organismo vivo debe realizar una actividad dirigida a sobrevivir, crecer y desarrollarse en un medio cambiante que le obliga de forma continua a ajustar su comportamiento mediante un proceso de retroacciones. Este proceso de dirección y control de la empresa sólo es posible de lograr a través de un mecanismo, el sistema de información.

Se trata de extender el concepto de entropía de la Física a la empresa como sistema organizativo socioeconómico que comporta una estructura estableciendo un criterio entrópico de equilibrio estructural.

La empresa como sistema abierto puede presentarse en forma variada. Analizaremos las diferentes formas, según que tengan que ver con las condiciones y puntos próximos al equilibrio por medio de la entropía o en condiciones alejadas del equilibrio termodinámico.

1. El equilibrio termodinámico en donde los flujos han eliminado las diferencias de temperatura y concentración, ha aumentado la entropía y existe la uniformidad. En el caso de la empresa es su evolución desde una configuración  $C_0$  estudiada en el organigrama tipo, hasta la entropía máxima suponiendo que no existe ninguna variante de control.
2. Leve desequilibrio asociado con pequeñas diferencias de temperatura o concentración; la Escuela de Bruselas lo llama un estado de equilibrio lineal, corresponde a estados estacionarios. El sistema es estable a lo largo de la derivación termodinámica de los estados del sistema al menos que se alcance algún punto crítico o bifurcación, los estados estacionarios irreversibles producen entropía a un ritmo mínimo. En la empresa pequeñas fluctuaciones o perturbaciones ligeras son absorbidas por el sistema. Existen fuerzas independientes que se mantienen constantes y hacen que el flujo correspondiente a las fuerzas perturbadoras sea nulo.
3. Lejos del equilibrio representaremos un paradigma de la inestabilidad que da lugar a un orden espontáneo. La autoorganización aparece por medio de



una inestabilidad relacionada con la deceleración crítica y las fluctuaciones críticas. La nueva configuración de la empresa la consideramos generada por un parámetro de orden, la cantidad de información que regula los subsistemas con objeto de producir y conservar el estado macroscópicamente ordenado.

## **V.2. LA ENTROPÍA EN LA TERMODINÁMICA, MECÁNICA ESTADÍSTICA Y TEORÍA DE LA INFORMACIÓN**

### **La entropía en la termodinámica**

La termodinámica trata de la macroestructura de la materia, no hace ninguna hipótesis sobre la constitución de ésta. Es una ciencia experimental y sus leyes son empíricas. Cuando el razonamiento termodinámico se combina con la estructura discreta de la materia surge la mecánica estadística que permite dar una respuesta concreta a las abstracciones de la termodinámica, tales como la entropía y la energía.

Durante el siglo pasado se establecieron dos importantes principios que fueron llamados primero y segundo principio de la termodinámica. Con el primero Joule estableció la conexión entre calor y trabajo mecánico, dentro del enunciado de conservación de la energía. Mediante el segundo Carnot establece la

imposibilidad de convertir íntegramente el calor en trabajo en un proceso cíclico y monotécnico.

El concepto de entropía se introduce por primera vez en la física, concretamente en la termodinámica, para estudiar el equilibrio de sistemas y la reversibilidad/irreversibilidad de las transformaciones de sistemas.

El segundo principio de la termodinámica fija un límite al rendimiento de las máquinas térmicas. Asimismo nos afirma que se obtiene eficacia máxima en las transformaciones reversibles y menor que la máxima en las irreversibles.

Este principio se puede expresar de otra forma utilizando el concepto de entropía. La entropía de un sistema,  $S$ , es una función de estado (del estado del sistema), tal que en una transformación elemental se verifica que:

$$\frac{dq}{T} \leq ds \quad \begin{cases} < \text{transformación irreversible} \\ = \text{transformación reversible} \end{cases}$$

$dq$  es el calor absorbido (positivo) o desprendido (negativo) por el sistema en su evolución elemental,  $T$  la temperatura absoluta del sistema y  $ds$  la diferencial de la función  $S$ .

En una transformación del sistema desde un estado A a un estado B se verificaría, por tanto, que:

$$\int_A^B \frac{dq}{T} \leq \int_A^B ds = S_B - S_A$$

De este principio podemos extraer las consecuencias siguientes:

- a) La entropía de un sistema nos permite dar una medida del grado de irreversibilidad de la transformación por la siguiente expresión:

$$g = S_B - S_A - \int_A^B \frac{dq}{T}$$

- b) En un sistema aislado que evoluciona desde un estado A a un estado B la entropía se conserva si el proceso es reversible, y aumenta si es irreversible:

$$\Delta S = S_B - S_A \geq 0.$$

### La entropía en la mecánica estadística

Al concepto de entropía se le puede dar un sentido matemático definiendo la entropía de un sistema en términos de probabilidad.

Hay un aspecto interesante de la entropía que aporta cierta luz sobre el significado de esta magnitud aparentemente abstracta y es que, desde el punto de vista cinético "la entropía puede considerarse como una medida del desorden del

sistema". Al estudiar los diferentes procesos que tienen lugar espontáneamente en la naturaleza y, por tanto, con un incremento de entropía, se comprende que en todos ellos ha aumentado el desorden atómico interior del sistema que interviene. Por ejemplo, cuando un líquido se evapora a expensas del calor y, por tanto, con aumento de entropía, aumenta la energía cinética de sus moléculas, lo cual supone un movimiento más desordenado, en cambio cuando se solidifica un líquido las moléculas toman súbitamente posiciones definidas y orientadas unas respecto de las otras; el desorden decrece, se cede calor y hay disminución de entropía.

En general, todos los procesos espontáneos representan cambios de un estado a otro de mayor probabilidad y como todos ellos llevan un incremento de entropía, es lógica la correlación entre entropía  $S$  de un sistema en un estado determinado y la probabilidad termodinámica  $P_T$  del estado del sistema. Esta relación fue establecida por Boltzman

$$S = K \log P_T$$

donde  $K$  es una constante, llamada constante de Boltzman. Esta relación es una extensión termodinámica a los procesos irreversibles generalizando así la definición de entropía.

Esta definición de entropía se utiliza en mecánica estadística para predecir e interpretar las propiedades macroscópicas de los sistemas en función de las propiedades de los elementos microscópicos (moléculas, átomos, electrones,

etc.). El número de complexiones o configuraciones de un estado macroscópico recibe el nombre de probabilidad termodinámica o peso estadístico  $P_T$  y sirve para darnos una medida de la probabilidad de que ocurra el estado termodinámico; es una medida de probabilidad matemática  $P$ , ya que ambos conceptos son proporcionales. Para dos estados distintos se verifica

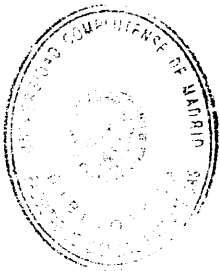
$$\frac{P_T}{P'_T} = \frac{P}{P'}$$

La probabilidad termodinámica de un sistema crece a medida que se desordenan las moléculas. La entropía mide, por tanto, el grado de desorden de un sistema. El estado menos probable corresponderá al orden perfecto, en él la entropía sería mínima (en los sistemas físicos correspondería a sustancias en estado cristalino perfecto a  $0^\circ \text{ K}$ ). En cambio, el estado de máxima probabilidad es el que corresponde al movimiento perfectamente desordenado y en él la entropía es máxima.

La existencia de una relación entre  $S$  y  $P_T$  es lógica como señalábamos antes por el hecho de que la entropía de un sistema aislado tiende a un valor máximo, y lo mismo ocurre con la probabilidad termodinámica.

La ecuación de Boltzman la podemos escribir

$$S - S_0 = K \log \frac{P_T}{P_{T_0}}$$



donde  $S - S_0$  es la diferencia de entropía de dos estados particulares y  $P_T$  y  $P_{T_0}$  son las probabilidades termodinámicas de los dos estados. Esta ecuación es el puente de unión entre la mecánica estadística y la termodinámica. A una probabilidad termodinámica máxima le corresponde una entropía máxima e ilustra el tercer principio de la termodinámica "todos los cuerpos que a  $0^\circ \text{K}$  han alcanzado un estado de orden perfecto ( $P_T = 1$ ) poseen una entropía nula".

Los sistemas vivos, organismos, organizaciones, tienen capacidad para disminuir la entropía, pero a costa de aumentar la entropía en sus ambientes.

El término entropía negativa se usa algunas veces para indicar orden en aumento. Schrodinger ha apuntado que la característica de un sistema vivo es su habilidad para mantener un alto grado de entropía negativa en forma de organización y estructura, disminuyendo el orden de sus alrededores.

#### Entropía e información (caso discreto)

La incertidumbre nos impide conocer el resultado de una experiencia antes de llevarlo a fin. Suprimir esta incertidumbre o disminuirla de alguna forma supone la obtención de una información relativa al suceso concreto.

Al hablar de probabilidad de un suceso entendemos que existe incertidumbre de información para predecir tal suceso. El envío de un mensaje tiene como misión fundamental eliminar o reducir el estado de incertidumbre.

Por ejemplo, una situación en la que pueden ocurrir cierto número de sucesos,  $n$  posibles, el resultado es incierto y cuanto mayor sea el número de sucesos posibles, mayor es la incertidumbre. Si se recibe información el número de posibilidades de la situación se reduce y la incertidumbre disminuye o se anula.

Se necesita una medida que refleje la incertidumbre de un suceso  $A$  y se toma el log de los sucesos posibles  $I(A) = \log n$ ; ésta aumenta con el número de resultados, se toma el log de los sucesos ya que  $\log n < \log (n+1)$ ; asimismo la incertidumbre asociada a la experiencia compuesta de dos sucesos de  $m$  y  $n$  resultados es la suma de la incertidumbre de cada una de ellas pues  $\log (m \cdot n) = \log m + \log n$ . Esta medida la propuso Hartley en 1928 pero tiene el inconveniente de no tener en cuenta la probabilidad, ya que él la consideraba de carácter psicológico.

En 1948 Shannon publicó un trabajo en el Bell System Technical Journal que tituló "Una teoría matemática de la comunicación" aplicando el concepto de entropía por primera vez a la ciencia de la información. Esta teoría fue concebida y desarrollada para resolver un problema concreto: el de minimización del tiempo medio empleado en la transmisión de mensajes, que fue resuelto.

En 1968, Bell y Guisasu dan una medida cuantitativa-cualitativa de información de un sistema de probabilidades y utilidades, ya que la mayoría de los resultados posibles de una experiencia llevan aneja una utilidad por subjetiva que ésta sea; la utilidad no interviene directamente en la medida de la incertidumbre, aparece como un peso reforzándola.

Sea  $A$  un alfabeto finito constituido por los símbolos  $S_1, S_2, \dots, S_n$ , y  $F$  una fuente de información. Decimos que  $F$  es una fuente de memoria nula cuando la emisión de un símbolo  $S_i$  del alfabeto es independiente de la emisión de otro símbolo  $S_j$ . Si la emisión de  $S_i$  depende la emisión de  $j$  símbolos  $S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{ij}$  que han de ser emitidos con anterioridad, la fuente recibe el nombre de fuente de Markov de orden  $j$ .

Sea  $p(S_i)$  la probabilidad de emisión del símbolo  $S_i$  en el primer caso, y  $p(S_i/S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{ij})$  en el segundo (probabilidad condicionada).

El hecho de que hablemos de probabilidad de emisión es porque existe incertidumbre de información para predecir el suceso, al recibir información de un suceso reducimos esta incertidumbre.

La incertidumbre de un suceso la podemos medir en función de la probabilidad del suceso:

$$I_n(S_i) = -\log p(S_i)$$



La incertidumbre útil es la misma multiplicada por la utilidad.

La incertidumbre del suceso seguro  $S_0$ , es 0, pues  $p(S_0) = 1$  y  $\log(1) = 0$ .

$$\ln(S_0) = -\log p(S_0) = -\log 1 = 0$$

La cantidad de información de un suceso se define en función de su probabilidad:

$$I(S_i) = \log \frac{1}{p(S_i)}$$

para fuentes de memoria nula, y:

$$I(S_i/S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{ij}) = \log \frac{1}{p(S_i/S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{ij})}$$

para fuentes de Markov de orden  $j$ .

Realmente:

$$I(S_i) = \log \frac{1}{p(S_i)} = \log(1) - \log p(S_i) =$$

$$= -\log p(S_i) - (-\log p(S_0))$$

por lo que la cantidad de información del símbolo  $S_i$  es la diferencia entre la incertidumbre del suceso  $S_i$  y el suceso seguro  $S_0$ .

La entropía de una fuente es la cantidad media de información emitida por la fuente:

$$H(S) = -\sum P(S_i) \log \frac{1}{P(S_i)}$$

para fuentes de memoria nula, y

$$H(S) = -\sum P(S_i/S_{i1}, \dots, S_{ij}) \log \frac{1}{P(S_i/S_{i1}, \dots, S_{ij})}$$

para fuentes de Markov de orden j.

### V.3. EL ESPACIO DE LAS CONFIGURACIONES

A partir del fin y objetivos de la empresa, política general y estrategias parciales, se puede crear el sistema organizativo (estado inicial) y, por tanto, la estructura del modelo.

#### El espacio de las configuraciones organizativas

La estructura de la empresa tiene carácter matemático según se ha formulado. En el conjunto E de las funciones a realizar, definíamos tres relaciones binarias, de equivalencia  $R_e$ , de ordenación  $R_o$ , y de coordinación  $R_c$  (que comportan la división orgánica, jerarquización y reglas de funcionamiento) y marcamos las líneas de la empresa  $L_1, L_2, \dots, L_n$  (producción, ventas, compras, etc.) a las cuales se subordinan todos los órganos auxiliares.

Todo ello supone crear unas ligaduras en el sistema. A medida que el sistema entra en funcionamiento se produce un desorden, un desajuste organizativo; para medir este desorden organizativo introduciremos posteriormente el concepto de entropía.

Sea  $E$  una empresa con estructura

$$(E; R_0, R_g, R_c) \quad L_1, L_2, \dots, L_n,$$

organigrama  $G$  y matriz booleana  $M$ .

Por ser la empresa un sistema dinámico en continua evolución, su estructura organizativa no es más que un modelo ideal de funcionamiento en unas condiciones tipo. La realidad es otra, los componentes de la empresa distorsionan su estructura, no se adaptan fielmente al esquema organizativo que representa, bien por estar mal concebido o bien porque su propia dinámica impone otro método.

Esta realidad nos obliga a dar un concepto nuevo, el de configuración organizativa.

Llamaremos configuración organizativa de la empresa a la estructura de la empresa en un instante determinado; sus parámetros  $R_0$ ,  $R_g$ ,  $R_c$  y  $L_i$  han cambiado. La configuración organizativa es, por tanto, una función de estado, del estado del sistema en el instante considerado.

Está claro que la estructura de la empresa como modelo sigue siendo la inicial, la teórica; la configuración sólo es válida en el instante en que las órdenes y funcionamiento son "anormales" según el modelo. Si la distorsión organizativa es importante y frecuente, o la empresa no cumple sus objetivos previstos, es necesario hacer una reestructuración, un diseño nuevo de estructura.

Al conjunto de todas las configuraciones posibles le llamaremos espacio de las configuraciones organizativas.

Para hallar todas las configuraciones hay que construir todos los árboles posibles de la empresa en estudio.

Como la estructura de la empresa impone un modelo de árbol funcional y de funcionamiento (en definitiva, un orden), los desvíos de la realidad respecto a esta configuración tipo que representaremos por  $C_0$  suelen ser pequeños desajustes o interferencias funcionales, de lo contrario es necesario hacer una reestructuración, según hemos visto.

Estas interferencias o desajustes se suelen producir por un traspaso coyuntural, circunstancial, de alguna función de un puesto de trabajo a otro (modificación coyuntural del árbol) por múltiples razones, por un mal entendimiento del modelo, por no estar suficientemente explicitado, por incapacidad de un órgano a

ejercer la función que le corresponde, o por la supercapacidad de otro para ejercerla.

Resulta, por tanto, que las configuraciones del sistema organizativo se pueden determinar. A cada configuración le corresponde un organigrama y a cada organigrama una matriz booleana. El conjunto de las matrices booleanas determina el espacio de las configuraciones.

Si tenemos en cuenta la buena o mala concepción de la estructura y el potencial humano de la empresa, la probabilidad de una configuración se puede estimar (en teoría es función del tiempo).

El espacio de las configuraciones  $E$  no varía con el tiempo (según las hipótesis establecidas), pero sí variará el espacio de las probabilidades asociadas  $P$ , aunque éstas las supondremos constantes durante determinados períodos de tiempo.

$$E = \left[ \begin{array}{l} C_i / C_i \text{ es una configuración organizativa.} \\ i = 0, 1, 2, \dots, n - 1 \end{array} \right]$$

$$P = \left[ \begin{array}{l} p(C_i)/p(C_i) \text{ es la probabilidad de } C_i. \\ i = 0, 1, 2, \dots, n - 1; \sum p(C_i) = 1; p(C_i) \end{array} \right]$$

función del tiempo.

Los espacios  $E$  y  $P$  configuran el sistema organizativo de la empresa. Cada pareja  $(E, P)$  define un estado del sistema.

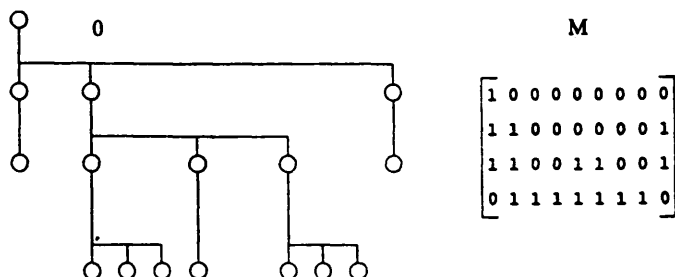
#### Desajuste estructural de una configuración

Vamos a analizar el desajuste estructural de algunas de estas configuraciones respecto a la estructura de la empresa  $C_0$ .

Dos sistemas que tienen la misma estructura son isomorfos, es el caso de un organigrama jerárquico y su matriz booleana.

Designemos con  $0$  el organigrama de la empresa, y  $M = (m_{ij})$  la matriz booleana asociada.

Supongamos que  $M$  es de orden  $m \times n$  ( $m$  niveles,  $n$  puestos en la base). Si  $p$  es el número total de puestos de trabajo,



$$p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n m_{ij};$$

puesto que en la matriz hay

$$p \text{ "1" y } m \times n - p \text{ "0"}$$

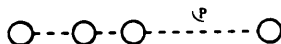
Vamos a analizar el desajuste estructural de alguna de estas configuraciones.

Elegiremos casos límites:

1) Matriz  $M_1$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Organigrama  $O_1$



Sería un caso de organización totalmente democratizada.

Ha desaparecido la relación de ordenación  $R_o$  (no existe jerarquización). La relación de equivalencia  $R_e$  define una sola clase de equivalencia (todos los puestos de trabajo pasan al nivel 1). La relación de coordinación  $R_c$  se produce en el nivel 1.

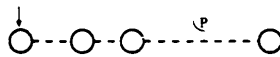
De existir esta configuración sería por inapetencia o impotencia de mando en los niveles superiores, por presión de los niveles inferiores, por reparto de las res-

ponsabilidades (gran democratización) o por gran cualificación de los niveles inferiores que degradan la autoridad de los superiores. De producirse esta configuración es de esperar permanencia de la configuración, probabilidad próxima a 1.

2) Matriz  $M_2$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Organigrama  $O_2$



Semejante al caso anterior, del que se diferencia fundamentalmente en la descualificación y degradación del puesto del Director. Es de esperar que algún componente de la organización aspire al puesto y, por tanto, de producirse esta configuración, su probabilidad tienda a 0.

3) Matriz  $M_3$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Organigrama  $O_3$





Sería un caso de organización totalmente jerarquizada.

Sigue existiendo relación de ordenación  $R_o$  (de orden total), y relación de equivalencia  $R_e$  (existen  $p$  niveles). Desaparece la relación de coordinación  $R_c$ , y todos los puestos de trabajo pasan a ser de línea, con una sola línea.

Así podemos ir interpretando todas las matrices booleanas y, por tanto, todas las configuraciones posibles, comparándolas con la configuración que define la estructura de la empresa, y matriz booleana correspondiente.

Teniendo en cuenta la buena o mala concepción de la estructura y el potencial humano de las personas que han de encarnarla, se puede estimar la probabilidad de cada configuración (en teoría es función del tiempo).

#### **V.4. ENTROPÍA DE LA EMPRESA**

Vamos a adaptar y extender el concepto de entropía a la empresa.

Hemos visto que existen diversas configuraciones organizativas de la empresa en cada uno de los estados del sistema.

Si no hubiera distorsiones de la estructura, la empresa estaría funcionando permanentemente con la configuración  $C_0$ , organización y funcionamiento perfecto; sería  $p(C_0) = 1$ . El sistema constaría de una sola configuración, y sería entendido y aceptado por todos sus componentes. Estaría en estado estacionario.

Por existir distorsiones,  $p(C_0) < 1$ , aparecerán otras configuraciones  $C_i$  con probabilidad  $p(C_i) < 1$ , siendo

$$\sum_i p(C_i) = 1$$

Si a alguna configuración  $C_i$ ,  $i \neq 0$ , le corresponde  $p(C_i) = 1$  dicha configuración definiría una estructura y un orden perfecto (existiría una degradación total de la estructura inicial). Habría que reestructurar.

Según se va degradando el sistema la autoridad irá disminuyendo (se confía menos en el sistema).

A tenor de estas realidades damos las siguientes definiciones:

**Definición 1.** Grado de desajuste organizativo de una configuración.

La posibilidad de que exista alguna configuración con probabilidad  $p(C_i) \neq 0$ ,  $i \neq 0$ , crea una incertidumbre en el sistema organizativo, una desorganización, un

desorden respecto al orden perfecto representado por  $C_0$ , pero al mismo tiempo, si se presenta, proporciona una información organizativa adicional del sistema.

El desajuste organizativo de una configuración  $C_i$  depende de la probabilidad  $p(C_i)$  y lo expresamos así:

$$I(C_i) = \log_a \frac{1}{p(C_i)}$$

Por consiguiente:

$$I(C_i) = -\log_a p(C_i)$$

y como la probabilidad  $p(C_i)$  cumple la condición

$$0 \leq p(C_i) < 1 \quad \forall i \neq 0$$

se verificaría:

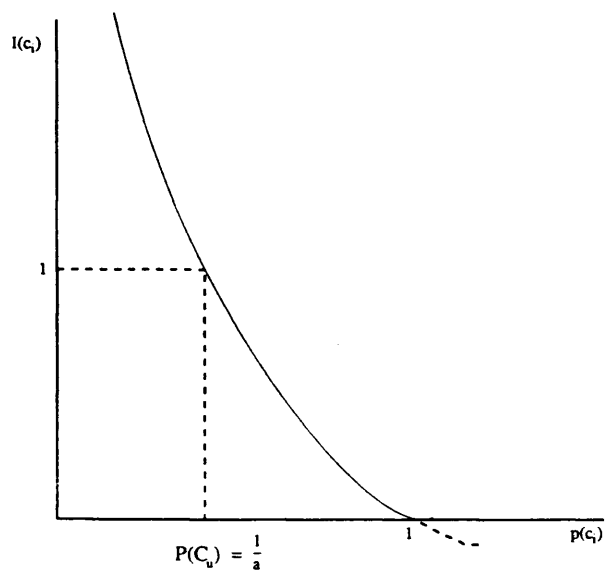
$$I(C_i) > 0 \quad \text{para } a > 1$$

$$I(C_i) < 0 \quad \text{para } a < 1$$

(supondremos  $a > 1$ ).

### Gráfico

Representamos la función  $I(C_i) = -\log p(C_i)$  para  $a > 1$ .



### Desajuste organizativo unidad

Existe una configuración  $C_u$  a la que corresponde un grado de desajuste organizativo unidad.

$$I(C_u) = -\log_a p(C_u) = 1 \quad a > 1$$

para

$$p(C_u) = \frac{1}{a}$$

se verifica

$$I(C_u) = -\log_a \frac{1}{a} = \log_a a = 1$$

por tanto, el desajuste organizativo corresponde a aquella configuración  $C_u$  cuya probabilidad sea  $P(C_u) = 1/a$  (ver gráfico).

Se hace notar que cada valor de  $a$  nos proporciona una unidad de medida distinta. Según sean los valores de  $p(C_i)$  interesará tomar un valor u otro para  $a$  (puede ser 2, e, 10, ...).

De la definición, y fácilmente del gráfico, se deduce que:

$$p(C_i) < p(C_u) \quad I(C_i) > I(C_u)$$

$$p(C_i) > p(C_u) \quad I(C_i) < I(C_u)$$

#### Casos particulares

Si la organización es perfecta  $p(C_0) = 1$ . El grado de desajuste organizativo de  $C_0$  es:

$$I(C_0) = \log_a \frac{1}{1} = 0$$

Esto quiere decir que la estructura de la empresa, la configuración  $C_0$ , no suministra desajuste alguno, ni se precisa información adicional. En este caso se su-

pone que  $C_0$  es conocido por todos los componentes de la empresa que funciona según el modelo previsto.

$$\text{Si } p(C_i) = \frac{1}{n} \quad \forall i = 0, 1, 2, \dots, n-1.$$

siendo  $n$  el número total de configuraciones, el grado de desajuste organizativo de cualquier configuración es

$$I(C_i) = -\log_2 1/n = \log_2 n.$$

**Definición 2.** Grado de aceptación de una configuración organizativa

El grado de aceptación de una configuración organizativa  $C_i$ , y por tanto de cualquier orden asociada a la misma, lo expresamos por la inversa del grado de desajuste organizativo  $I(C_i)$ . Da una medida del grado de confianza o autoridad de las órdenes asociadas a la configuración.

$$A(C_i) = \frac{1}{I(C_i)}$$

por tanto:

$$A(C_i) = \frac{1}{-\log_2 p(C_i)}$$

**Autoridad máxima**

Si la organización es perfecta:

$$A(C_0) = \frac{1}{-\log_2 p(C_0)} = \frac{1}{0} = \infty$$

La autoridad es máxima. Se aceptan las órdenes sin ninguna reserva; el orden es total.

**Autoridad nula**

Existirán configuraciones cuyas órdenes asociadas presentan autoridad nula:

$$A(C_i) = \frac{1}{-\log_2 p(C_i)} = 0 \longrightarrow p(C_i) = 0$$

Estas órdenes corresponden a configuraciones con desajuste organizativo  $\infty$ . Son casos límite equivalentes a órdenes dadas en el vacío; fluyen por configuraciones sin posibilidad práctica de existir.

**Definición 3. Entropía de la empresa**

La entropía de la empresa es una función de estado del sistema organizativo, que expresa la media del grado de desajuste, o de degradación organizativa de la empresa.

$$S(E) = \sum p(C_i) \log_2 \frac{1}{p(C_i)} = - \sum p(C_i) \log_2 p(C_i)$$

siendo:

$$p(C_i) \geq 0 \quad \forall_i$$

y

$$\sum p(C_i) = 1$$

La entropía en términos de información representa el valor medio de la incertidumbre organizativa que introducen las configuraciones del espacio E relativas a un estado (E, P).

La evolución del sistema define una aplicación:

$$f: R \longrightarrow R^n$$

por la cual

$$t \in R \xrightarrow{f} P = (p(C_0), p(C_1), \dots, p(C_{n-1})) \in R^n$$

donde la variable t es el tiempo,  $p(C_i)$  es función del tiempo.



La entropía  $S(E)$  es por tanto, una aplicación  $S(P)$ :

$$S: U \subset \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^+$$

por la cual:

$$P = (p(C_0), \dots, p(C_{n-1})) \in \mathbb{R}^n \longrightarrow S(P) = - \sum p(C_i) \log_2 p(C_i)$$

donde:

$$U = \{P = (p(C_0), \dots, p(C_{n-1})) \in \mathbb{R}^n / p(C_i) \geq 0 \forall i, \sum p(C_i) = 1\}$$

es un conjunto convexo de  $\mathbb{R}^n$  (un  $n-1$  simplex).

La entropía  $S(P) = 0$  en el estado inicial ( $t = 0$ ), ya que  $p(C_0) = 1$  y  $p(C_i) = 0$   $\forall i \neq 0$ .

No hay degradación organizativa. Se inicia el funcionamiento según el modelo reflejado por su estructura  $C_0$ .

La entropía  $S(P) > 0$  para cualquier otro estado posterior ( $t > 0$ ). Existe una sucesiva degradación de la organización.

#### V.5. EQUILIBRIO DEL SISTEMA ORGANIZATIVO. ESTABILIDAD

Consideremos el sistema dinámico  $\dot{x} = f(x)$ ,  $f: W \longrightarrow \mathbb{R}^n$   $W \subset \mathbb{R}^n$  abierto,  $f \in C^1$ .

Un punto  $\bar{x} \in w$  es de equilibrio si  $f(\bar{x}) = 0$ .

Un punto de equilibrio es estable en el sentido de Liapunov si todas las soluciones próximas permanecen próximas en todo instante posterior, y asintóticamente estable si todas las soluciones próximas no sólo permanecen próximas sino que también tienden a  $\bar{x}$ .

Un punto de equilibrio  $\bar{x}$  es un sumidero si todos los autovalores de  $f'(\bar{x})$  (parte lineal del sistema) tienen parte real negativa. El sumidero asintóticamente estable, está caracterizado por la aproximación exponencial a  $\bar{x}$  de todas las soluciones cercanas.

Salvo en el caso anterior para determinar la estabilidad no se dispone de ningún medio, a no ser que se hallen todas las soluciones del sistema, lo que puede resultar imposible. Liapunov encontró un criterio para la estabilidad, basado en la idea de que para un sumidero existe una norma de  $\mathbb{R}^n$  tal que  $\|x(t) - \bar{x}\|$  decrece para las soluciones  $x(t)$  cercanas a  $\bar{x}$  y demostró que se pueden usar otras funciones en lugar de la norma para garantizar la estabilidad.

**Teorema**

Sea  $\bar{x} \in W$  un punto de equilibrio de  $\dot{x} = f(x)$ . Sea  $V: U \rightarrow \mathbb{R}$  una función continua definida en un entorno  $U \subset W$  de  $\bar{x}$ , derivable en  $U - \bar{x}$ , tal que

- a)  $V(\bar{x}) = 0$  y  $V(x) > 0$  si  $x \neq \bar{x}$
- b)  $\dot{V} \leq 0$  en  $U - \bar{x}$

Entonces  $\bar{x}$  es estable. Si además  $\dot{V} < 0$  en  $U - \bar{x}$ , entonces  $\bar{x}$  es asintóticamente estable. Una función  $V$  que satisface a) y b) se llama función de Liapunov para  $\bar{x}$ . Es de señalar que este teorema de Liapunov se puede aplicar sin necesidad de resolver el sistema, pero no hay un método definido que permita encontrar estas funciones.

Para hallar los puntos de equilibrio del sistema organizativo, y estudiar su estabilidad, nos apoyaremos en el sistema de Liapunov sobre la estabilidad del equilibrio.

La entropía  $S(P)$  es una función potencial  $S$ .

$$S: U^0 \subset \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}, U^0 = \text{int}(U)$$

de clase  $C^2$ , que define el sistema gradiente:

$$\frac{dP}{dt} = \text{grad } S(P) \quad P \in U^0$$

representativo del sistema organizativo.

### Puntos de equilibrio

Si  $P_G$  es un punto de equilibrio:

$$\left( \frac{dP}{dt} \right)_{P=P_G} = \vec{0} \in R^n$$

lo que es lo mismo:

$$\text{grad } S(P) = \vec{0}$$

pero:

$$S(P) = - \sum p(C_i) \log_a p(C_i)$$

$$\sum p(C_i) = 1$$

de donde:

$$S(P) = - \sum p(C_i) \log_a p(C_i) + [1 - \sum p(C_i)]$$

$$\sum p(C_i) = 1$$

Los puntos de equilibrio se obtienen, por tanto, resolviendo el sistema.

$$\text{grad } \{- \sum p(C_i) \log_a p(C_i) + [1 - \sum p(C_i)]\} = 0$$

$$\sum p(C_i) = 1$$

que desarrollado queda:

$$-\log_a p(C_i) - \log_a e - 1 = 0 \quad i = 0, 1, \dots, n-1$$

$$\sum p(C_i) = 1$$

haciendo operaciones, y resolviendo el sistema:

$$p(C_i) = \frac{1}{ae} \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$$

$$n \frac{1}{ae} = 1$$

de donde:

$$p(C_i) = \frac{1}{n} \quad \forall_i \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$$

#### Consecuencia

El único punto de equilibrio del sistema es el centro de gravedad o baricentro

$P_G$  del  $n-1$ . simplex, en el cual todas las configuraciones son equiprobables.

$$P_G = (1/n \dots\dots 1/n)$$

El valor de la entropía en  $P_G$  es:

$$S(P_G) = 1/n \log_a n + \dots\dots + 1/n \log_a n = \log_a n$$

### Estabilidad en el equilibrio

La ecuación diferencial  $dP/dt = \text{grad } S(P)$  no es lineal. Para estudiar la estabilidad en el punto de equilibrio  $P_G$ , hemos de analizar la matriz asociada a la parte lineal de la ecuación diferencial, considerando a la derivada  $D [\text{grad } S(P_G)]$  como un campo vectorial lineal que aproxima a  $\text{grad } S(P)$  en las proximidades de  $P_G$ :

$$D [\text{grad } S(P_G)] = \begin{bmatrix} -n \log_a e & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -n \log_a e & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -n \log_a e \end{bmatrix}$$

matriz diagonal, con un único autovalor  $\lambda = -n \log_a e < 0$  ( $a > 1$ ), de grado de multiplicidad  $n$ , que define una forma cuadrática definida negativa.

### Consecuencia

El baricentro del  $n$ -simplex,  $P_G$ , es un sumidero. El sistema es asintóticamente estable en  $P_G$ . En él la entropía es máxima:

$$S(P)_{\max} = S(P_G) = \log_a n$$

**Proposición**

Si  $P_G$  es un punto de equilibrio del sistema, la función  $\bar{S}(P) = S(P_G) - S(P)$  es una función de Liapunov estricta, existiendo un mínimo en  $P_G$ , al que tiende asintóticamente el sistema.

En efecto, sólo hay que comprobar que  $\bar{S}(P)$  cumple las condiciones del teorema de Liapunov sobre la estabilidad del equilibrio.

En primer lugar,  $\bar{S}(P)$  es una función:

$$P \in U \subset \mathbb{R}^n \longrightarrow \bar{S}(P) \in \mathbb{R}$$

que es continua en  $U$ , y derivable en  $U - P_G$ , por serlo  $S(P)$ , y ser  $S(P_G)$  una constante.

Por otra parte, es trivial que:

$$1^\circ \quad \bar{S}(P_G) = 0 \text{ y } \bar{S}(P) > 0 \text{ para } P \neq P_G.$$

$$2^\circ \quad \bar{S}'(P) \leq 0 \text{ en } U - P_G \text{ por tanto el punto } P_G \text{ es estable.}$$

$$3^\circ \quad \bar{S}'(P) < 0 \text{ en } U - P_G.$$

Como consecuencia,  $\bar{S}(P)$  cumple el teorema de Liapunov, y es  $\bar{S}(P)$  una función de Liapunov estricta, siendo el sistema asintóticamente estable en  $P_G$ .

Finalmente, como  $S(P)$  representa un máximo en  $P_G$ , y es  $S(P_G)$  una constante, se verifica que  $S(P)$  representa un mínimo en  $P_G$ .

#### Función de reacción. Constante de equilibrio

De las curvas integrales  $P(t)$  de la ecuación diferencial

$$\frac{dP}{dt} = \text{grad } S(P)$$

existe una, y sólo una, con condiciones iniciales  $P(t=0) = (1, 0, 0, \dots, \frac{n-1}{n}, 0)$ . Todas ellas tienden al punto de equilibrio  $P_G$ . La evolución a lo largo de una curva integral es una evolución espontánea del sistema (sistema aislado).

La entropía  $S(P)$  a lo largo de una curva integral es una función creciente.

En efecto:

$$\begin{aligned} \frac{dS(P)}{dt} &= \text{grad } S(P) \cdot \frac{dP}{dt} = \text{grad } S(P) \cdot \text{grad } S(P) = \\ &= \text{grad } S(P)^2 > 0 \end{aligned}$$



**Consecuencia**

En una evolución espontánea del sistema desde un estado A a un estado B, hay un incremento de entropía positivo.

$$\Delta S = S(P_B) - S(P_A) > 0$$

El incremento de entropía supone un desorden. Las ligaduras o restricciones de la estructura van desapareciendo progresivamente hasta llegar a  $P_G$ .

El incremento de entropía desde un estado A a un estado B es:

$$\begin{aligned} S &= -\left[\sum P_B(C_i) \log_{\frac{1}{2}} P_B(C_i) - \sum P_A(C_i) \log_{\frac{1}{2}} P_A(C_i)\right] = \\ &= \log_{\frac{1}{2}} \prod_i \frac{P_A(C_i)^{P_A(C_i)}}{P_B(C_i)^{P_B(C_i)}} = \log_{\frac{1}{2}} Q \geq 1 \end{aligned}$$

a Q le llamamos función de reacción. Q nos da una medida de la fuerza impulsora del cambio de estado.

**Consecuencia**

En una evolución espontánea del sistema la función de reacción  $Q > 1$ , ya que  $\Delta S > 0$ . Al valor de la función de reacción en el equilibrio le llamaremos constante de equilibrio,  $Q = 1$ .

### Reorganización

Reorganizar la empresa es aumentar el orden. Es preciso disminuir su valor entrópico, ( $\Delta S < 0$ ;  $Q < 1$ ), o pasar a otro estado del mismo conjunto de nivel en el que a pesar de ser  $\Delta S = 0$ , es  $dS(P)/dt$  menor.

Para reorganizar hay que introducir nuevas restricciones en la estructura del modelo, o establecer nuevas formas de funcionamiento.

En su evolución espontánea el sistema aumenta su entropía, por lo que a veces es preciso hacer reorganizaciones múltiples antes de proceder a hacer una reestructuración.

### Reestructuración de la empresa

Cuando el desorden del sistema organizativo es tal que la entropía alcanza determinado valor (entropía límite)  $S(P)_{\text{lim}} < S(P)_{\text{máx}}$ , o cuando los objetivos no se cumplen (con independencia del valor entrópico), es necesario hacer una reestructuración.

Reestructurar la empresa es diseñar una nueva estructura. Una reestructuración puede llevar implícita una reconsideración de objetivos, de política y de estrate-

gia, y por supuesto una nueva concepción de árbol funcional, adaptándola dentro de lo posible a los medios humanos (capacidad laboral de la empresa).

Hay que reseñar que un cambio o intercambio de personas sin variación del árbol funcional no es una reestructuración, es un acoplamiento de personas a la estructura.

#### **V.6. ESTABILIDAD EN LOS PUNTOS PRÓXIMOS AL EQUILIBRIO; ESTADOS DE ESTABILIDAD ESTRUCTURAL**

Las organizaciones sociales pueden adoptar diversas formas estructurales a lo largo del tiempo. Una de ellas es la de mantenerse en estado de cambio estable. En este estado las perturbaciones externas al sistema disminuyen o se reabsorben. Así evolucionan los sistemas cuando se encuentran en condiciones próximas a sus puntos de equilibrio.

Cuando se analiza una zona de equilibrio estable del sistema, los procesos de degradación de su funcionamiento en el tiempo están compensados por las funciones de mantenimiento e intercambio en el entorno. Las velocidades en las que permanecen constantes o se degradan los elementos de un sistema son de un orden semejante y la estructura se mantiene sin modificaciones esenciales en sus aspectos formales e informales.

Los estados estables son conservativos en cuanto estructura. La función de planificación contribuye a alcanzar estos estados. Próximas al equilibrio, las formas estructurales sólo pueden alterarse cuando cambia el entorno. Los intercambios y las transacciones con el medio son continuos, las perturbaciones que se presentan no influyen en la historia del sistema, éste asume los cambios.

Los estados de estabilidad estructural tienen su marco en los procesos de adaptación del sistema a su entorno. En esta adaptación predominan mecanismos determinantes, el ajuste en los comportamientos, las reglas de funcionamiento. El estado de cambio estable produce acoples de un sistema con su entorno cuando las estructuras son compatibles, como las relaciones con los proveedores de materias primas, demandantes de servicios, fuentes externas de financiación, etc.

En este tipo de estados cualesquiera que sean las condiciones iniciales el sistema tiende hacia una forma de vida determinada por sus propias relaciones formales en interacción con el ambiente externo. Aquí las perturbaciones las absorbe el sistema como pueden ser el cambio en la composición de la demanda para una industria o un conflicto salarial. En estos casos no hay cambio estructural aunque se modifiquen las dimensiones de las operaciones ya que las formas de relación no cambian sustancialmente.

Una estructura conservativa es redundante en el sentido en el que se repiten los elementos y las interacciones pudiéndose conocer las características principales por deducción. El sentido de estas estructuras es lograr la copia, es decir, el intento de la propia organización de reiterar las formas de funcionamiento que en los hechos no han generado conflicto.

La estabilidad estructural no implica que se mantienen constantes todas las variables de la organización sino que ésta sigue su tendencia después de haberse producido pequeñas perturbaciones. Un sistema abierto admite variaciones, oscilaciones y cierto desorden. La estabilidad no se alcanza después de un estado de reposo sino a través de un proceso activo de creación permanente.

Cuando las fuerzas aplicadas a un sistema son constantes se alcanza un estado estacionario. Estos estados son típicos de las máquinas que funcionan uniformemente e, incluso, constituyen los estados estables de los organismos vivos -la llamada edad madura del hombre-. Como todos los parámetros del sistema permanecen constantes, en un sistema estacionario la entropía será también constante permaneciendo invariable con el tiempo, lo que significa que la entropía creada por el flujo estacionario será igual a la cedida a los alrededores.

Por ello, sólo los sistemas abiertos al intercambio de entropía con sus alrededores podrán alcanzar un régimen estacionario.

Prigogine fue el primero que observó que los estados estacionarios irreversibles producen entropía a un ritmo mínimo. Ello lleva a interpretar la vida como una lucha constante contra la producción entrópica de los procesos irreversibles: la síntesis de grandes macromoléculas, y la formación de células intrincadamente estructurales son poderosas fuerzas antientrópicas.

Pero como no hay posibilidad de escapar al destino entrópico impuesto a los fenómenos naturales por el segundo principio de la termodinámica, los organismos vivos escogen el mal menor "producir entropía a un grado mínimo, manteniéndose en régimen estacionario".

Ningún sistema es estable por completo, las variaciones del mismo son esenciales para ciertos cambios de estado y para la evolución.

Consideremos en la empresa  $n$  fuerzas actuando independientemente  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , de las cuales  $x_1, x_2, \dots, x_j$ ,  $j < n$  se consideran constantes, si se realiza en estas condiciones una producción mínima de entropía los flujos restantes  $J_i$  ( $i = j+1, j+2, \dots, n$ ) son nulos.

La velocidad de crecimiento de entropía es igual al producto de los factores fuerza que describe el desequilibrio y el flujo que tiende a restablecerlo. La fuerza no tiene por qué ser la conocida fuerza newtoniana, puede ser el gradiente de un potencial, y el flujo el avance de la información en la unidad de tiempo.

Cuando la variación de entropía es debida a varias causas, las fuentes de entropía suman sus efectos y la velocidad de entropía puede escribirse

$$\dot{S} = \sum_i J_i x_i \quad i = 1 \dots n$$

Los  $J_i$  representan los flujos que tienden a establecer el equilibrio y las  $x_i$  las magnitudes de desplazamiento. Existe una relación lineal en la termodinámica debida a Onsager

$$J_i = \sum_k L_{ik} x_k$$

donde  $L_{ik}$  son coeficientes de Onsager, que indica que cualquier flujo depende no sólo de su fuerza conjugada sino también de las restantes fuerzas acopladas no conjugadas que operan en el sistema.

La velocidad de crecimiento de la entropía será

$$\dot{S} = \sum_{i,k} L_{ik} x_i x_k$$

una expresión cuadrática positiva según el segundo principio de la termodinámica. Si  $x_1, x_2, \dots, x_j$  suponemos constantes las condiciones que hacen la entropía mínima serán

$$\frac{\delta S}{\delta x_i} = 0 \quad i = (j+1, \dots, n) \longrightarrow \sum_{k=1}^n L_{ik} x_k = 0$$

$$(i = j+1, \dots, n) \implies J_i = 0 \quad i = (j+1, \dots, n)$$

Esta conclusión nos permite establecer una analogía con el principio de Le Chatelier en el caso de estados de producción mínima de entropía con fuerzas fijas  $x_1, \dots, x_j$  ( $j < n$ ). Supongamos que en uno de estos estados las fuerzas tuviesen valores  $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ . Aplicamos una perturbación  $\delta x_m$  a una fuerza no fija, siendo  $m$  uno de los números  $j+1, j+2 \dots n$ , todos los demás se mantienen en sus valores originales. Tenemos

$$x_m = x_m^* + \delta x_m, \quad x_k = x_k^* \quad (j \neq m),$$

$$J_m = J_m^* + L_{mm} \delta x_m$$

en donde  $J_m^*$  es el valor no perturbado del flujo  $J_m$ , que de acuerdo con lo anterior será nulo. Por tanto

$$J_m = L_{mm} \delta x_m \text{ y por ser } \dot{S} \text{ positiva, } L_{mm} > 0$$

$$J_m \delta x_m = L_{mm} (\delta x_m)^2, \quad J_m \delta x_m > 0$$

Es decir, el flujo y la perturbación que le ha originado tienen el mismo signo lo cual es una forma de expresar el principio de Le Chatelier, existe una oposición a la causa que produjo la perturbación.

Si el sistema no se recupera de las conmociones una vez pasada la perturbación, puede responder de maneras inesperadas que incluyen diferentes caminos que van desde las trayectorias estables y equilibrio elástico pasando por oscilaciones sostenidas de equilibrio dinámico hasta la inestabilidad que lleva a extinciones y reconfiguraciones.



#### V.7. ESTABILIDAD EN LOS PUNTOS LEJOS DEL EQUILIBRIO

Una organización se encuentra lejos del equilibrio si en su estado global actual existen variables críticas para el sistema que han tomado valores que exceden el umbral de cohesión homeostática. El sistema puede llegar a esta condición a través de una serie de perturbaciones continuadas que le van llevando lejos del equilibrio. En un instante de tiempo de la trayectoria descrita, un solo impacto adicional produce un efecto disruptivo. Este es el punto de cambio donde aparecen o se disparan las estructuras alternativas.

Los puntos de cambio pueden significar una crisis o bien una catástrofe para el sistema; en esta situación las estructuras se hacen disipativas, es decir, exceden los flujos normales de intercambio y envían al entorno como excedentes, dosis importantes de su desorden interno. Este proceso ayuda a la estabilidad de la nueva estructura que se está gestando. El alejamiento del equilibrio se produce por una serie de perturbaciones o por la exposición del sistema a una perturbación sustancial en relación con los modos de funcionamiento preexistentes. Por ejemplo, las instituciones financieras frente a una ley de nacionalización de los depósitos bancarios: aquí sólo hay un impacto de una perturbación que necesariamente llevará a modificar el sistema.

El que existan fluctuaciones en el sistema y éste se encuentre lejos del equilibrio no implica un nuevo orden. Otras áreas del sistema no afectadas por la pertur-

bación pueden actuar como compensadoras del desequilibrio generado. Existe entonces un mecanismo de amortiguación desde los sectores vinculados hacia las áreas de cambio. Este proceso será más rápido cuanto mayor sea la velocidad de comunicación física o informática entre los distintos sectores. Si las fluctuaciones son a gran escala los procesos amortiguadores del contorno tienen un efecto despreciable y entran en acción los procesos de nucleación.

El proceso de nucleación comienza como un fenómeno local y consiste en la instalación temporal en algún punto de la organización de nuevas formas de relación o funcionamiento. Se inicia el cambio en varios puntos y al pasar una dimensión crítica se difunden con efectos multiplicadores sobre toda la estructura. Para liberarse de las presiones que son amortiguadoras del cambio, las fluctuaciones locales deben de exceder una dimensión crítica, si no lo logran son absorbidas por el entorno. Cuando subsisten, es posible que las perturbaciones locales invadan todo el sistema transformando su funcionamiento, este es el fenómeno de nucleación en el sentido que el cambio se extiende a todo el sistema a partir de un núcleo inicial.

No es posible predecir a priori la aparición de una fluctuación determinada en un tiempo dado ni tampoco seleccionar cualquier fluctuación para amplificación. Sin embargo, en los sistemas no lineales lejos del equilibrio la fluctuación que aparece primero y crece con mayor rapidez puede llevar al sistema a un nuevo estado estable. Una vez que se ha captado y estudiado una fluctuación de origen

estocástico, los procesos determinativos se encargan de producir el orden macroscópico, el orden a través de las fluctuaciones.

El orden en los sistemas alejados de sus posiciones de equilibrio es un orden que resulta del azar y de las fluctuaciones. El azar es captado y conservado en la estructura ya que la nueva forma incorpora los modos ya experimentados de construcción de relaciones.

La orientación de las estructuras que establecen un orden por fluctuaciones no es predecible, debido a la posibilidad de múltiples bifurcaciones, las cuales se disparan sin intervención de los mecanismos de control. Hay que seguir la evolución del sistema para saber qué fluctuación se producirá, cuáles se amplifican y hacia qué estado estable se dirige el sistema.

En términos de la teoría de sistemas estos procesos de cambio implican la incorporación de variedad ambiental en las estructuras internas y la acción de mecanismos de retroalimentación para consolidar dicha variedad en el sistema.

La ley de variedad indispensable o ley de Ashby representa en cibernética el mismo papel que en termodinámica el 2º principio. Esta ley afirma que la capacidad de un dispositivo -estructura o subsistema- como regulador no puede exceder su capacidad como canal de comunicaciones. El control de un sistema re-

quiere por lo menos tanta variedad en sus acciones como el sistema mismo pueda exhibir.

En los sistemas abiertos hay un flujo continuo de energía, materia y/o información a través de los mismos. La información exterior a la empresa no se percibe pero si ésta aumenta más allá de cierto umbral, se observa un comportamiento distinto, todos los elementos de la misma actúan en la misma fase. Es este estado ordenado la acción coherente de todos los subsistemas no viene impuesta al sistema por condiciones o influencias externas al mismo. La información exterior no tiene ninguna cualidad especial. El orden lo produce el propio sistema. Para producir orden en el sistema han de entrar en juego un número grande de subsistemas.

El principio fundamental de la sinergia conocido como principio de dominación porque es efectivamente el parámetro de orden el que domina los subsistemas para que actúen coherentemente, nos proporciona la base para la comprensión genérica de los sistemas que se autoorganizan.

La teoría general de los sistemas sinérgicos nos proporciona un método matemático general para predecir los parámetros de orden y encontrar la estructura macroscópica ordenada. La dinámica de los parámetros de orden es regida por las ecuaciones de los parámetros de orden.

En el caso de la empresa consideramos como parámetro de orden la cantidad de información  $I(S_i)$ , que sabemos que es la diferencia entre la incertidumbre del suceso  $S_i$  y del suceso seguro  $S_0$ .

Vamos a representar un paradigma de la inestabilidad que da lugar a un orden espontáneo en las escalas macroscópicas. El resultado general es que la autoorganización aparece por medio de una inestabilidad relacionada con la deceleración crítica y las fluctuaciones críticas. Más allá de la inestabilidad, el sistema genera unos pocos parámetros de orden macroscópicos que regulan los subsistemas con objeto de producir y conservar el estado macroscópicamente ordenado.

La ecuación del parámetro de orden suponemos que es:

$$\dot{I}(S_i) = \alpha I(S_i) - [I(S_i)]^3 \quad (1)$$

$\dot{I}(S_i)$  significa derivada respecto al tiempo, representa la velocidad de la cantidad de información,  $\alpha$  es un parámetro de control,  $\alpha < 0$  indica un ritmo de información lento y  $\alpha > 0$  un ritmo rápido.

Introducimos la cantidad  $V(I(S_i))$  que representa el potencial de información definida por

$$\dot{I}(S_i) = - \frac{d V(I(S_i))}{d I(S_i)} \quad (2)$$

$dV(I(S_i)) = -\dot{I}(S_i) dI(S_i)$  integrando salvo una constante

$$V(I(S_i)) = -\frac{1}{2}\alpha [I(S_i)]^2 + 1/4 [I(S_i)]^4$$

Las ecuaciones del tipo (2) en mecánica clásica describen un movimiento sobreamortiguado de una partícula en el potencial  $V(I(S_i))$ .

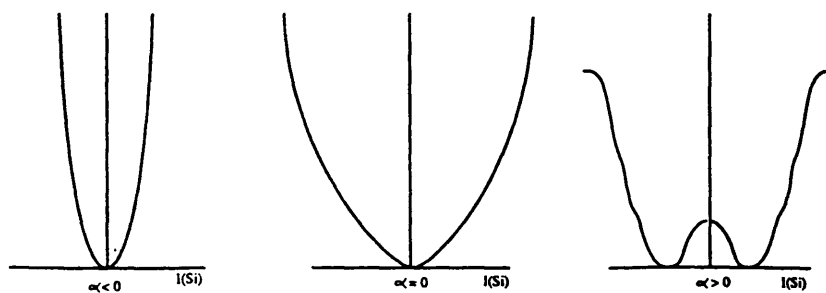
$V(I(S_i))$  describe una trayectoria donde se mueve una bola de modo amortiguado

Si calculamos los puntos estables

$$\begin{aligned}\dot{V}[I(S_i)] &= -\alpha I(S_i) + [I(S_i)]^3, \\ \dot{V} = 0 &\implies I(S_i) = 0, \quad I(S_i) = \pm \alpha\end{aligned}$$

Los mínimos representan los puntos de equilibrio estable de la bola y los máximos los puntos de equilibrio inestable.

Representamos el potencial  $V$  como función del parámetro de orden  $I(S_i)$  para los valores distintos del parámetro de control  $\alpha$ .



Si  $\alpha < 0$  el ritmo de información es lento, sólo hay un estado de equilibrio  $I(S_i)=0$ ; la interpretación es: el estado de equilibrio estable está caracterizado por un valor nulo del parámetro de orden  $I(S_i)$ . Es decir, el sistema permanece en estado desordenado, no le llega información.

En el caso  $\alpha > 0$  la información bombea de forma abundante,  $I(S_i) = 0$ , sigue siendo un estado de equilibrio pero ahora es inestable, han aparecido 2 nuevos mínimos dispuestos en forma simétrica respecto al máximo. Esto implica dos nuevos estados estables con  $I(S_i) \neq 0$ . Un valor finito para el parámetro de orden  $I(S_i)$  indica la presencia de un estado del sistema macroscópicamente ordenado.

En el paso de  $\alpha < 0$  a  $\alpha > 0$  el potencial de  $I(S_i)$  cambia de forma continuamente; la frontera  $\alpha = 0$ , se conoce como punto crítico de transmisión del estado desordenado al estado macroscópicamente ordenado. El potencial se aplanan en las proximidades del punto  $\alpha = 0$  de equilibrio estable. Si se desplaza la bola se volverá a acercar al punto crítico pero más lentamente (deceleración crítica). La transición entre las dos formas de potencial distintas se conoce como inestabilidad estructural que significa que las dos formas por encima y por debajo del punto crítico son topológicamente distintas.

¿Cómo reconocer la inestabilidad? Cada sistema se encuentra sometido a fluctuaciones inevitables que van dando golpecitos a la bola y en cada instante  $t$

ponen a prueba la estabilidad del estado actual del sistema. La reacción de la bola a las fluctuaciones será más intensa en la proximidad de un punto crítico. Las fluctuaciones críticas son responsables de los nuevos máximos y mínimos y resulta imposible predecir en cual de ellos acabará el sistema, este es un resultado estocástico;  $V$  representa la realidad y las fluctuaciones el azar.

En la medida en que el sistema de información de una empresa se asemeje al mecanismo regulador de los seres vivos podrá mantenerse la organización en un alto nivel de eficiencia, oponiéndose a la entropía.



## **CAPÍTULO VI: CAMBIO, CRISIS Y CATÁSTROFE**

### **VI.1. INTRODUCCIÓN**

En las Ciencias Físicas e Ingeniería se estudian fenómenos cuya génesis, características y evolución son de naturaleza explosiva.

Teniendo en cuenta el paralelismo existente entre el mundo físico y el económico, creemos que es posible encontrar en las Ciencias Económicas y Empresariales realidades con comportamiento explosivo y, por consiguiente, es de esperar que se puedan modelizar y tratar de igual manera.

En este capítulo se estudia la esencia del fenómeno explosivo en las Ciencias Sociales, destacando que en muchos sistemas de estas ciencias aparecen discontinuidades en forma de ondas de choque, y se hace una aplicación de estas ondas a la Economía y en concreto a un modelo de mercado basado en los fenómenos de interacción espacial, y se analiza el crac organizativo en la empresa con un planteamiento similar.

## VI.2. NORMA, ORDEN, CRAC Y CAOS

Hasta cierto punto, el objeto mismo de las matemáticas es la creación de orden allí donde previamente parecía imperar el caos, es la extracción de invariancia entre el desconcierto y la confusión.

En su primitiva usanza la palabra caos aludía al vacío oscuro, informe y abismal del cual fue modelado el universo (Génesis 1:2). "En el principio cuando los cielos y la tierra surgieron del Caos". Este es el sentido dado por J. Milton en el "Paraíso Perdido". Esta palabra a través de los años se ha humanizado. Caos significa situación confusa, desorden, desconcierto. Cuando las cosas son caóticas no hay orden ni concierto, son aleatorias, irregulares. Lo contrario del caos es orden, colocación, norma, regularidad, predictibilidad, comprensión.

En opinión del escéptico el caos es la situación normal de los asuntos de la vida; el físico especialista en termodinámica opina que es el estado hacia el que tienden las cosas abandonadas a sí mismas. Es realmente difícil decidir si en una situación arbitrariamente dada nos encontramos en presencia de orden u organización. Es la creación de orden y particularmente de orden intelectual uno de los grandes talentos que poseen los humanos.

El orden gráfico o visual, su regularidad o simetría, ha sido definido y analizado merced a los invariantes de los grupos de transformaciones. La naturaleza no es

lineal, el orden se oculta tras el desorden, lo aleatorio está siempre en acción, lo imprevisible debe ser comprendido.

Los científicos, al proponer leyes de muy amplia generalidad lo que hacen es imponer las reglas de la ley donde antes reinaba el caos primordial. Esto lo hacen los pintores al trazar sus líneas, los compositores al escribir su medida separan y eligen entre la infinidad de formas y sonidos posibles unos pocos que el artista sitúa ante nosotros, dotados de orden, estructurados, inteligibles y significativos.

Consideremos cuatro posibilidades: 1. Orden a partir de orden. Esta posibilidad es razonable. 2. Caos a partir de orden, es demasiado corriente. Un caballo en una cacharrería. 3. Caos a partir de caos. Caballo paseando por un vertedero. 4. Extraer orden del caos, es aquella por la que nos afanamos. Ejemplo: Un polígono de vértices arbitrarios es transformado en otro cuyos vértices sean los puntos medios de los lados del primero. Por iteración de esta transformación acaba de emerger una figura convexa de aspecto semejante a una elipse.

La empresa como sistema organizativo que comporta una estructura en régimen estable presenta un funcionamiento elástico, evoluciona de tal manera que los nodos, ligaduras e interrelaciones existentes entre sus componentes acumulan una energía elástica que da sentido a la dinámica de la empresa y a la autoridad

y responsabilidad inherente a cada puesto de trabajo que fluye en forma de flujo organizativo a través de la estructura del sistema.

Como tal sistema elástico existe una función potencial representativa de su estado y el gradiente de esta función expresa la fuerza que le hace evolucionar para pasar a otro estado organizativo, a otra distribución de energía elástica aún con la misma estructura y como tal sistema de tipo gradiente puede ser causante de una catástrofe, de un crac organizativo.

En el funcionamiento ordinario de la empresa ante evoluciones elementales del sistema, la energía elástica acumulada es la transmisora del cambio de estado, produciéndose una nueva distribución de energía elástica, pero por ser el sistema elástico recupera casi instantáneamente su estado inicial estable.

El funcionamiento continuado de la empresa hace que pierda elasticidad el sistema, y si el desgaste organizativo es importante se produce un rozamiento, un desajuste de la estructura que genera un aumento de entropía del sistema como en los sistemas físicos, y pérdida de eficacia y de elasticidad, llegando a aparecer fluencia como en los materiales plásticos, manifestada por una pérdida de autoridad y responsabilidad de los componentes de la organización frente a los subordinados, fluencia organizativa que si aumenta puede generar un crac organizativo, con incremento importante de entropía, y rotura de la organización, equivalente a la rotura de un material plástico.

### **VI.3. CAMBIO, CRISIS Y TEORÍA DE LA CATÁSTROFE**

#### **Cambio**

En los procesos corrientes de vida en la empresa, el sistema es afectado por las perturbaciones del medio, no predecibles, tanto internas como externas al sistema determinando efectos sobre la estructura y funcionamiento de la organización.

Algunas de estas perturbaciones producen un efecto instantáneo y pasajero sobre ciertas variables que es absorbido por el medio mediante la acción regulada por el propio sistema. Estamos en el caso de comportamiento estable.

Otros efectos surgidos en el entorno no son diluidos por la organización, permanecen como un conflicto en la vida de la organización aunque la perturbación desaparezca permaneciendo en este estado hasta que otra perturbación lo vuelve a exhibir. La incorporación de personal puede replantear un conflicto que se creía superado. Por lo tanto, en la organización surgen conflictos que pueden diluirse, integrarse, originar una crisis o transformar la estructura.

Las tendencias históricas ofrecen indicadores de cambio, fenómenos precursores se han de interpretar como tendencias al cambio y es posible establecer un isomorfismo con alguna de las leyes naturales, bien sean similitudes estructurales o

funcionales; por ejemplo los cambios en el agua del suelo, en la elevación de la tierra, en la concentración de gas radón parece predecir los temblores. Esto nos da una idea de que se debería buscar los fenómenos precursores o señales de advertencia en el sistema que estemos intentando estudiar.

Si el cambio no está planificado, se mide la discontinuidad en los diversos estados y actividades, la duración de las fluctuaciones en el tiempo, la intensidad de las transformaciones, las formas de presentarse las perturbaciones y la forma de reaccionar el sistema en su totalidad.

El desorden creado por el cambio es desestabilizante y algunas veces puede disiparse internamente, otras sale fuera, ejemplos son la maquinaria defectuosa y obsoleta, servicios finales que no cumplen los márgenes de calidad y, por lo tanto, no son reciclables en esa organización aunque pueden serlo para otras.

Los sistemas orgánicos especialmente si están formados por subsistemas también orgánicos y reproducibles tienen un comportamiento propio en relación con el tiempo, interacciones sucesivas que pudieran ser equivalentes se hacen en un escenario ligeramente distinto. En general, la tasa de renovación disminuye y las estructuras se complican. La explicación más general es que el sistema cambia y disipa energía aumentando la entropía como resultado de las actividades, la información aumenta dentro de los límites que consiente aquel cambio de energía.

Sin embargo, por las características especiales de la información, que no cambia como la materia y que se multiplica a sí misma, se supone que la información aumenta especialmente en un entorno que no coincide con el de la máxima degradación de la energía ni en el espacio ni en el tiempo, la información se acumula con el tiempo.

### Crisis

Una crisis es un punto crucial en la evolución de una organización, más allá de él o continua a lo largo de la trayectoria deseada o experimenta una decadencia hasta su extinción.

Cuando en la estructura tipo se dan los mecanismos para solucionar el conflicto sin transformar el sistema se le denomina crisis. La estructura presenta un desajuste transitorio que es absorbido por el propio sistema. El estado del sistema ha pasado de una configuración a otra.

Un estado de crisis puede presentar alguno de los siguientes puntos:

- a) Relaciones antagónicas en puntos diversos de la organización.
- b) La existencia es detectada por los participantes.

- c) Cierta continuidad entre las causas que generan el conflicto y su manifestación.
- d) Alcanzado el punto de inflexión en la tolerancia del conflicto éste puede afectar de forma importante al sistema.
- e) La crisis no suele predecirse, matemáticamente representa un punto aislado y único, generalmente no son deductivas, aunque pueden presentarse de forma recurrente.
- f) Existe inestabilidad transitoria debido a los mecanismos de control.

Las crisis son diversas y lo mismo las situaciones que han incidido para su desencadenamiento. Así, tenemos crisis de legitimidad en la que se cuestiona la autoridad, crisis de aislamiento por no poder interrelacionarse las diversas funciones a realizar, crisis de modernización al introducir variables que modifican las clásicas establecidas.

Los motivos que originan las crisis pueden tener un origen endógeno o exógeno; entre los primeros están las restricciones de la acción individual entre los miembros de la organización, la coexistencia de relaciones antagónicas y competitivas, los desajustes internos propios de la actividad debido a desfases entre los distintos departamentos. Entre los segundos las causas están en la discontinuidad de los flujos de intercambio con el exterior como son problemas de financiación, exceso de productos que no absorbe el mercado, aparición de nuevas tecnolo-



gías, de leyes, conflictos laborales en otras organizaciones que repercuten en la propia.

En los casos anteriores prevalecen las líneas fundamentales de la organización, en la empresa no existe la crisis permanente; pasado el punto crucial de la misma al cual nos referíamos antes, el sistema vuelve a seguir la trayectoria deseada.

No se considera una crisis los problemas de decisión instrumental tácticos y técnicos que surgen en la vida diaria como la falta de medios o de comunicación entre departamentos, sólo la ruptura dentro del orden de las relaciones establecida queda caracterizada como crisis.

El punto exacto de la crisis es difícil de determinar, se ha de llegar por medio de intervalos o de etapas, el anticiparse a la misma sería lo ideal. Para ello se debería de contar con el sistema de información adecuado y ser capaz de:

- a) Saber con precisión el estado presente y la trayectoria temporal de la organización.
- b) Diseñar configuraciones futuras de la organización dinámica, tanto desde el punto de vista interno como externo.
- c) Construir una lista de planes flexibles de posible aplicación, según las distintas acciones que se puedan producir.

**Catástrofe**

La crisis estaba definida en un punto crucial de la evolución de una organización. El conflicto era puntual y se debía a una perturbación. Cuando la crisis aumenta y está realimentada constituye el primer eslabón de una catástrofe.

El cambio en la estructura del sistema puede provenir de crisis que adquieren grandes dimensiones y transforman su estructura. Los cambios dirigidos por reglas internas y mecanismos de control forman parte de la evolución, modificándose las variables de forma continua y éstos no suelen producir crisis en grandes dimensiones.

Se califican de catástrofes cuando se producen situaciones de discontinuidad, hay salto cualitativo en la trayectoria del sistema, es un salto en el tiempo y en el ritmo normal, algunas veces después de la perturbación hay una bifurcación, se funciona pero de una forma estructural diferente.

Consideremos el caso de una fábrica con problemas en el pago de nóminas y una supervisión excesiva de la mano de obra. La aparición de leyes laborales y sociales nuevas junto con una presión sindical permite a los operarios conseguir un crédito oficial, adquirir la mitad de las acciones y acceder a la dirección de la empresa. Aquí se ha producido un cambio cualitativo con ruptura, no se ha

debido a la propia evolución, sino a una transformación de las relaciones internas en el sistema.

Ahora consideremos empresas de producción de ordenadores en un país en vías de desarrollo, cuando se levantan las restricciones a la importación. La velocidad de fabricación de nuevos modelos en los países industrializados lleva la desaparición de las empresas de producción local. No hay crisis ni catástrofe, aquí las empresas de ordenadores dejan de existir.

Cuando se absorbe las fluctuaciones internas por el propio sistema la estructura se conserva, cuando esto no ocurre la perturbación genera una discontinuidad, la estructura hay que innovarla, se califica de catástrofe. Ha existido en este último caso una morfogénesis, la forma es nueva, mientras que en otros casos la morfogénesis es relativamente discreta.

#### **La teoría de catástrofes**

Como parte de las matemáticas, la teoría de catástrofes es una teoría que estudia singularidades, trata directamente las propiedades de las discontinuidades, sin referirse a ningún mecanismo, por eso es esencialmente apropiada para el estudio de sistemas cuyos mecanismos internos no se conocen y para situaciones en que las únicas observaciones fiables se refieren a discontinuidades.

La teoría de catástrofes permite la predicción del comportamiento cualitativo del sistema sin saber cuáles son las ecuaciones diferenciales que lo rigen e incluso sin resolverlas.

Tanto en las ciencias de la naturaleza como en las ciencias sociales existen fenómenos que presentan discontinuidades. A pesar de que estas singularidades son de gran interés, solamente es posible encontrar el mecanismo generador de la discontinuidad y sus posibles causas, para determinados sistemas.

En los sistemas dinámicos la discontinuidad se produce en las variables de estado, y se aprecia sensiblemente por el salto brusco que sufren estas variables al evolucionar el sistema bajo la influencia de variables exógenas al mismo que actúan como variables o parámetros de control.

Ejemplo de discontinuidad de tipo dinámico sería un choque de trenes, una explosión, el derrumbamiento de un edificio, una fuerte subida o bajada de los precios del petróleo o del interés del dinero, un conflicto social, un crac en la bolsa, etc.

En los sistemas físico-químicos la discontinuidad se manifiesta por la aparición de fases en el sistema al variar la presión, temperatura o concentración de los componentes del sistema. Ejemplo de discontinuidad físico-química sería agua-hielo en equilibrio.

En los sistemas espaciales la discontinuidad tiene lugar en la frontera o límites del sistema. Ejemplo de discontinuidad espacial sería la frontera entre dos países o comunidades económicas, el contorno de un objeto, etc.

Nos referiremos exclusivamente a los sistemas dinámicos porque la mayor parte de los sistemas de la economía son sistemas dinámicos.

El sistema dinámico se puede expresar mediante un sistema de ecuaciones diferenciales de 1<sup>er</sup> orden.

$$\dot{x} = F(x, p)$$

donde  $x \in X \subset \mathbb{R}^n$ ,  $p \in P \subset \mathbb{R}^m$ , y  $\dot{x}$  es derivada de  $x$  respecto al tiempo  $t$ ,  $t \in \mathbb{R}$ . Siendo  $X$  el espacio de las variables de estado y  $P$  el espacio de los parámetros o variables de control.

Al integrar el sistema, analítica o numéricamente mediante ordenador, obtendríamos como solución una trayectoria  $x(t, x_0, p_0)$  en  $\mathbb{R}^n$ , donde  $x_0$  y  $p_0$  son las condiciones iniciales,  $x_0 = x(t_0)$ .

Los sistemas dinámicos evolucionan normalmente con regularidad, las variables de estado varían en forma continua, y a ritmo continuo en el espacio de las fases, en el espacio de los parámetros. No obstante, en algunos sistemas, y para

determinados valores de los parámetros de control las variables de estado pierden esa regularidad, presentando singularidades o discontinuidades.

El estudio cualitativo de los sistemas de ecuaciones diferenciales ha contribuido eficazmente a un mejor conocimiento del comportamiento de los sistemas dinámicos, en especial de estas singularidades o discontinuidades. La teoría de las catástrofes y la teoría de las bifurcaciones constituyen la base de este estudio cualitativo.

La teoría de las singularidades de aplicaciones diferenciables de diversos autores (Morse, Whitney, Thom, Arnold, etc.) constituyen el precedente de la teoría de las catástrofes en el estudio de las discontinuidades.

El verdadero interés por el estudio de las singularidades de los sistemas y de su aplicación a diversas ciencias (Física, Economía, Biología, Política, etc.) surge en las últimas décadas y, concretamente, en 1975 por la publicación de René Thom titulada "Structural Stability and Morphogenesis".

La teoría de las catástrofes es para algunos autores solamente una metodología, un método matemático creado por René Thom para describir cualitativamente la evolución de formas en la naturaleza.

Por consideraciones exclusivamente topológicas René Thom demuestra que si el número de parámetros de control de un sistema no es superior a cuatro, sólo hay siete tipos de Catástrofes cualitativamente diferentes a las que llama catástrofes elementales (de pliegue, de cúspide, de cola de milano, etc.), siendo el nº de variables de estado a lo sumo dos. Si el nº de variables de estado es superior a dos, sólo habría dos esencias que son las que intervienen en la discontinuidad.

Para llegar a estos resultados parte de un concepto topológico de estabilidad estructural de una familia de funciones dependientes de un parámetro, demostrando que desde el punto de vista estructural las funciones se pueden sustituir por expresiones polinómicas que se obtienen por medio de un desarrollo de Taylor, siendo los coeficientes de estos desarrollos los parámetros de control.

Dos catástrofes son equivalentes si se pueden transformar entre sí mediante un difeomorfismo de las variables de control, seguido de un difeomorfismo de las variables de estado por cada punto del espacio de control.

#### APLICACIONES DE LA TEORÍA DE LAS CATÁSTROFES

La Teoría de las Catástrofes se aplica con gran éxito a fenómenos en los que existe una función de energía o función potencial que los gobierna, aunque es suficiente una función de Liapunov.

Si la función potencial es  $V(x)$  con  $x \in \mathbb{R}^n$ , siendo  $x$  el vector variable de estado, el sistema es del tipo gradiente de esta función potencial.

Si existe sólo una función de Liapunov, las trayectorias no se corresponden con el gradiente de esta función potencial.

Para estudiar la estabilidad de un sistema gobernado por una función potencial hay que determinar los puntos singulares de la función. Los mínimos de esta función corresponden a los equilibrios estables, los máximos a equilibrios inestables, y los puntos de inflexión o ensilladura a equilibrios metaestables. Un sistema dinámico al evolucionar tiende al equilibrio más estable, al estado en que su energía potencial es mínima.

A partir de la expresión polinómica de la función potencial  $V(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$  que gobierna el sistema, se puede estudiar por tanto las siete catástrofes elementales de Thom. Vamos a recordar dos catástrofes, la de pliegue y la de cúspide que después utilizaremos.



En la catástrofe de pliegue el potencial que gobierna el sistema sería de forma

$$V(x) = x^3 + u x$$

Hay un solo parámetro de control  $u$ , y el espacio de las fases es bidimensional.

La superficie de equilibrio es la curva.

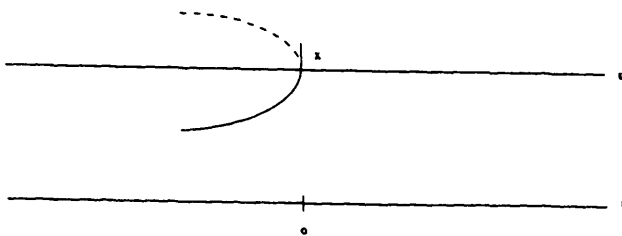
$$\frac{dV}{dx} = 3x^2 + u = 0$$

Las singularidades del sistema son los puntos de la curva de equilibrio que hacen

$$\frac{d^2V}{dx^2} = 6x = 0$$

La única singularidad es el punto  $(0, 0)$ . El conjunto de bifurcación es el Punto

$$u = 0$$



Para  $u < 0$  hay dos puntos críticos, un mínimo y un máximo, correspondientes respectivamente a un equilibrio inestable.

Para  $u = 0$  hay un punto de inflexión y para  $u > 0$  no está definido el sistema por ser  $x$  imaginario.

En la catástrofe de cúspide el potencial que gobierna el sistema sería de la forma

$$V(x) = x^4 + ux^2 + vx$$

Hay dos parámetros  $u$ ,  $v$ , y el espacio de las fases es tridimensional. La superficie de equilibrio sería la superficie

$$\frac{dV}{dx} = 4x^3 + 2ux + v = 0$$

Las singularidades son los puntos de esta superficie que hacen

$$\frac{d^2V}{dx^2} = 12x^2 + 2u = 0$$

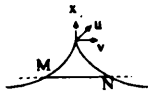
El conjunto de bifurcaciones se obtiene eliminando  $x$  entre estas dos ecuaciones, y daría

$$8u^3 + 27v^2 = 0$$



Superficie de equilibrio

Conjunto de bifurcación



Dentro de la cúspide,  $V(x)$  tiene dos mínimos separados por un máximo, y fuera de ella hay un mínimo. Cuando  $u < 0$ , la superficie puede presentar discontinuidades (puntos  $M$  y  $N$ ), cuando  $u > 0$  los cambios en la  $v$  provocan sólo cambios regulares en la  $x$ .

La teoría de las catástrofes se utiliza como cualquier otro método matemático, ayuda a descubrir las propiedades de un sistema dinámico conocido o supuesto, incluso si no se conocen con detalle las ecuaciones que se describen. Hay especial interés entre los especialistas en ciencias sociales por esta teoría, ya que representa un marco de trabajo más allá de la linealidad y muestra qué efectos discontinuos no tienen por que tener causas discontinuas, aunque no es seguro que se pueda aplicar a cada caso individual.

Cuando no se conoce el mecanismo de un sistema se parte del supuesto de que es el más simple de todos los compatibles con las observaciones realizadas y luego se ve qué consecuencias tiene eso para el sistema. El papel de la teoría de catástrofes consiste en decirnos de una manera bien definida cuál es el tipo más sencillo de mecanismo a aplicar.

En Física suelen funcionar bien los métodos usuales y la teoría de catástrofes tiene una importancia menor que en biología o en ciencias sociales. En éstas no hay leyes establecidas ni observaciones cualitativas precisas. No tiene sentido argumentar que un modelo mecanicista detallado proporcionaría una explicación mejor de la que pueda proporcionar la teoría de la catástrofe ya que ni se dispone de tal modelo ni es probable que se vaya a disponer de él.

Una ventaja de esta teoría es la que garantiza que las conclusiones basadas en ella son estructuralmente estables, lo que no ocurre siempre con otros métodos. Es una teoría topológica que proporciona directamente datos cualitativos, pero no es la única con esta propiedad ni la única que estudia discontinuidades.

El éxito en la aplicación de la teoría de las catástrofes se puede reivindicar no sólo cuando se consigue acoplar una catástrofe de la lista de Thom a las observaciones realizadas, sino cuando al acoplarlo o al no poder acoplarlo se haya aprendido algo nuevo sobre el sistema que se estudia.

La teoría de las catástrofes se puede aplicar a casos concretos como los siguientes:

- a) En teoría de la población y en Economía a modelos de emigración y modelos de mercado, respectivamente, que sean gobernados por una función potencial.
- b) En teoría de la Elasticidad a sistemas de tipo elástico, como puede ser la propia máquina de las catástrofes de Zeeman, por ser sistemas gobernados por una función de energía, la energía elástica del sistema.
- c) En Sociología para estudiar cualitativamente situaciones de pánico (guerra, inundaciones, etc.). Los factores de control son la percepción del peligro y la coherencia o cohesión del grupo social, siendo la variable de estado el grado de orden del grupo. Si la percepción del peligro es alta, y la coherencia baja, surge la sensación de pánico.
- d) En Economía para estudiar cualitativamente la influencia de la competencia en los precios de los productos. Los factores son la elasticidad de la demanda y el grado de competencia (monopolio, oligopolio, competencia perfecta) y la variable de estado es el precio. Si la elasticidad de la demanda es baja, y aumenta la competencia, los precios bajan drásticamente.

Se aplica la catástrofe de mariposa en el mercado de acciones, la demanda del consumidor puede ser un factor normal, el contenido especulativo un factor de partición. La tasa de interés un factor de oblicuidad y el tiempo, un factor de mariposa que influye la tasa de cambio de los precios.

La catástrofe de cúspide se puede aplicar al conflicto entre empresas, como variables de control se toma la amenaza y el costo, la variable de estado el tipo de política a adoptar.

### **VI.3. LA ENERGÍA ESTRUCTURAL EN LOS CASOS DE CRISIS Y CATÁSTROFE**

La complejidad de las organizaciones no permite definir de forma absoluta las estructuras conservativas o las innovativas. Se suelen dar ambas cosas. Por ejemplo, una empresa puede permanecer en la misma línea de mercado y, sin embargo, impulsar un cambio en la tecnología de producción.

Definimos la energía total que posee una organización en estado conservativo como la desplegada en un instante  $t$  para que el sistema funcione. Se aplica al proceso productivo, al flujo de relaciones entre los miembros en el medio y con el exterior, al desarrollo de nuevos planes y mantenimiento de los que existen, etc.

La energía total  $E_T$  en general se aplica a una parte de los procesos de producción que suponen una energía  $E_p$  y otra parte, a mantenimiento del sistema  $E_m$ . La forma de distribución de las mismas depende de la naturaleza de la organización y del intervalo de tiempo que se considere. La energía total no permanece constante, es creciente o decreciente en función del origen de la perturbación, según sea de carácter interno o externo y en el aumento o disminución han de tomarse en cuenta las fuentes de realimentación.

La energía total varía con el tiempo. Vamos a relacionarla con los estados de crisis y catástrofe.

$E_{t_i}$  = energía total del sistema en el instante  $i$ ,  
 $i = 1, \dots, n$

$\Delta t = t_2 - t_1$  es el tiempo en el que perdura la crisis.

$E_a$  = energía de actividad que el sistema debe de aportar para superar la perturbación, diferencia entre el estado inicial y el estado activado.

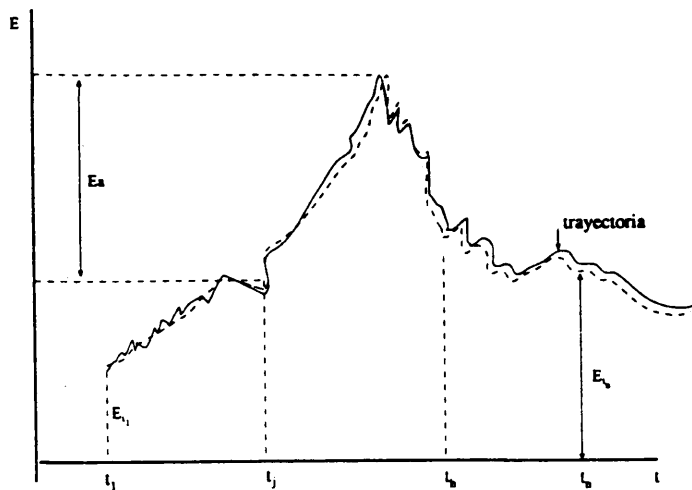
En el estado de crisis la organización aporta una energía mayor que en un estado estable, es la energía de activación que necesita en ese intervalo el sistema para diluir la perturbación. Según la intensidad de la misma así serán los recursos que hay que activar para que el sistema vuelva a recobrar la normalidad.

La diferencia entre crisis y catástrofes estriba en que las primeras configuran estados distintos debido a las perturbaciones, las estructuras presentan morfogénesis y los mecanismos de regulación actúan para evitar que las variables de control se disparen. No actúan sobre todos los subsistemas, las discontinuidades que se presentan son locales. En cambio, en la catástrofe, la energía de activación que debe aportar la organización es mayor. Esto pensando que el sistema sigue existiendo, aquí sí actúan en todos los subsistemas, se da un punto de bifurcación, existe una ruptura y es el paso de una estructura a otra distinta.

Vamos a estudiar teóricamente la trayectoria de los estados de crisis y catástrofe de una organización desde el punto de vista en el que resalte la energía potencial o de actividad, ya que no sólo existe una sola energía en una organización, éstas son varias y heterogéneas correspondientes a espacios cuyas dimensiones no tienen intersección y, por lo tanto, no se pueden tratar de forma algebraica.

En un diagrama cartesiano representamos la energía y el tiempo de una organización definida por una trayectoria; la energía total  $E_t$ ,  $E_a$  representa la energía potencial de activación para superar la catástrofe en el intervalo de tiempo  $t_j$  a  $t_n$   $i = 1, 2, \dots, j, h, \dots, n$ ; los otros intervalos más pequeños  $t_i$  a  $t_{i+1}$  en los que se producen perturbaciones suponemos que se dispone de la energía potencial necesaria para superar la crisis.





En el intervalo de tiempo  $(t_i, t_n)$  si la organización no tiene energía de activación suficiente ha de conseguirla del exterior o la organización desaparece. Cuanto mayor sea este tipo de energía el tiempo de duración de la crisis o catástrofe es menor.

La energía total no es siempre la misma como es fácil de comprobar en cualquier instante  $t$  de la trayectoria. Lo importante es que exista abundante energía potencial ya que esto permite la creación de una estructura nueva o el paso de

una configuración estructural a otra. Este tipo de energía no sólo permite utilizar el sistema sino que puede dotarle de los mecanismos para desarrollar otras capacidades.

#### VI.4. ONDAS DE CHOQUE. FENÓMENOS EXPLOSIVOS

Una onda de choque es un frente de discontinuidad de un medio que lo divide en dos regiones con propiedades distintas, que se desplaza en él cambiando sus propiedades. En términos expresivos diríamos que una onda de choque es una discontinuidad en movimiento.

Las ondas de choque se corresponden con la catástrofe de cúspide de Thom. A veces se llama catástrofe de Riemann-Hugoniot, precisamente por el estudio sobre las ondas de choque que aparecen en la compresión de un gas en un cilindro por medio de un émbolo.

En la teoría del choque puro se supone que el frente es de espesor despreciable, es, por tanto, una superficie, siendo un plano en el choque puro plano, tanto unidimensional como bidimensional. A partir de las leyes de conservación de los medios continuos y de la ecuación de estado del medio se obtienen las adiabáticas dinámicas o curvas de Hugoniot-Rankine que relacionan las variables de estado del sistema antes del choque, y después del choque.

En los medios físicos, el frente aunque estrecho presenta cierto espesor, en él se produce el cambio de propiedades del medio. Las ondas de choque en medios continuos compresibles como pueden ser los fluidos, presentan gran similitud a las ondas de choque en sistemas de las ciencias sociales, como veremos.

Una perturbación elemental en un medio continuo compresible producida por un incremento infinitesimal de presión,  $dp$ , en un punto, genera una onda acústica que se desplaza en el medio a cierta velocidad  $c$ , a la que se denomina velocidad del sonido.

Una onda acústica es una onda elástica que está muy próxima a ser un proceso isoentrópico. La velocidad de la onda sonora depende de las propiedades del medio, y juega un papel primordial en la teoría del flujo compresible por la relación que tiene con la posibilidad de que se produzcan ondas de choque. Las ondas sonoras son casos límites de onda choque.

Ejemplos de sistemas en que aparecen ondas de choque serían:

- a) Una perturbación en un medio, que se propaga a velocidad superior a la velocidad del sonido en él, genera ondas de choque. Un avión, un proyectil, y en general cualquier vehículo en vuelo supersónico genera ondas de choque en el medio, en este caso el aire.

En los sistemas sociales, económicos, políticos, etc., pueden aparecer ondas de choque cuando se intenta que una política drástica social o económica, avance más deprisa que la velocidad que el propio sistema puede admitir en funcionamiento elástico, isentrópico. Es decir, cuando un sistema no puede absorber el aumento de entropía que tal política introduce como perturbación, siendo la fuente perturbadora la que lo alimenta.

- b) El flujo isentrópico en una tobera o en un difusor, en condiciones de estancamiento y de funcionamiento distintas a las de diseño, puede originar ondas de choque. En este caso la onda de choque se producirá en cierta sección de la tobera o difusor, en la que el flujo pasaría de supersónico a subsónico.

En los sistemas de las ciencias sociales pueden aparecer igualmente ondas de choque cuando las variables o parámetros de control del sistema le obligan a una evolución isentrópica y, por tanto, no acorde con la configuración o estructura del sistema y con las condiciones de contorno impuestas por los sistemas adyacentes (por el entorno social, económico o político).

- c) La compresión de un gas en un cilindro por el movimiento acelerado de un émbolo aún siendo de flujo isentrópico, genera ondas de choque. Durante la compresión del gas por el émbolo del cilindro, la cabeza del émbolo genera pulsos elementales de presión que al componerse producen el frente de presión u onda de choque.

En los sistemas de las ciencias sociales pueden aparecer ondas de choque cuando una política económica o social se lleva a cabo mediante un "bombardeo" permanente de medidas, que aunque sean suaves producen un efecto acumulativo en el sistema, por la composición de estas perturbaciones, equivalente a una medida drástica de política, que como hemos visto desencadena un choque.

Las casas comerciales conocen muy bien este efecto acumulativo y aprovechan los medios de publicidad (prensa, televisión, etc.) para provocar perturbaciones sucesivas en el sistema ofreciendo productos que aún no siendo muy útiles llegan a crear una necesidad. Producen una presión en el sistema equivalente a una atracción hacia el producto o mercado, y en definitiva, pueden dar lugar a un fenómeno de choque, rechazando otros productos que incluso pueden ser mejores.

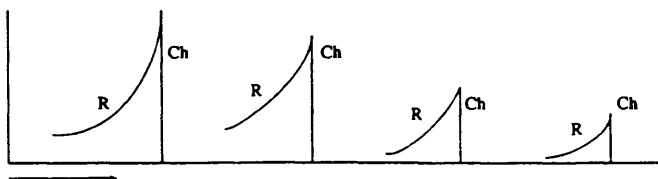
- d) El cierre brusco, por medio de una compuerta o llave de paso de una tubería por la que circula un líquido a gran velocidad, produce un fenómeno de sobrepresión denominado "golpe de ariete". Consistente en una onda de choque, que se produce en el flujo como consecuencia del cierre de la compuerta, al transformarse toda la energía cinética del flujo en energía de presión.

En los sistemas económicos en que existen flujos materiales de bienes o servicios, o flujos financieros, en general en los fenómenos de distribución, pueden

aparecer ondas de choque, por acumulación de recursos no aprovechados en forma óptima por el sistema, cuando se paraliza el flujo del sistema produciendo una perturbación en él.

- e) Una explosión de gas, la detonación de un explosivo y, en general, cualquier proceso explosivo genera ondas de choque. Durante la explosión el sistema libera súbitamente su energía potencial, produciendo efectos destructores y una onda expansiva en el medio. La onda expansiva es una onda de presión y, por tanto, es una onda de choque por la discontinuidad que se produce en la presión.

Una onda de choque Ch, se desplaza en un medio a una velocidad que depende de las propiedades del mismo. Es amortiguada por el propio medio al que cede una energía, apareciendo en él una onda de rarefacción (o de depresión) R, que se mueve a una velocidad superior a la de la onda de choque (por encontrar un medio más denso) y, por tanto, la llega a alcanzar y al componerse con ella la amortigua.



En general, toda onda de presión es amortiguada por la onda de rarefacción que la acompaña, salvo que exista un foco, una fuente, que permanentemente vaya proporcionando la energía que se cede al medio, como ocurre en la detonación de un explosivo o en cualquier fenómeno explosivo mientras haya una fuente que lo alimente.

Fenómenos de naturaleza explosiva que son auténticas catástrofes son los ciclones, terremotos, volcanes, etc., y de naturaleza económica que hayan producido estragos en la economía mundial la crisis de 1923-1931, y a escala nacional, la gran inflación de Alemania en 1923. En la actualidad la desintegración del régimen soviético y de la URSS constituye una auténtica catástrofe de consecuencias imprevisibles.

#### **VI.5. LOS FENÓMENOS DE INTERACCIÓN ESPACIAL EN LAS CIENCIAS SOCIALES**

La ley de atracción universal de la mecánica establecida por Newton en el siglo XVII ha sido trasladada a las ciencias sociales para estudiar fenómenos de interacción espacial.

Esta semejanza de fenómenos nos permite definir una función potencial gravitatoria que gobierna a los fenómenos de interacción. Las singularidades de esta

función potencial serán la base del estudio de las posibles catástrofes del fenómeno y, por tanto, de la posible aparición de ondas de choque según se dijo anteriormente.

J.R. Boudeville en una publicación titulada "Les Spaces économiques" (1967) considera que una interacción se produce en los intercambios de bienes y servicios y que en estos casos existen regiones polarizadas. Determinadas regiones gravitan alrededor de otra, u otras, que desempeñan el papel de polos de mercado, de polos de atracción.

Los modelos de interacción espacial basados en la ley de gravitación emplean una función masa y una función distancia para expresar la interacción. La elección de esta masa o distancia depende de la naturaleza del problema. A continuación mencionaremos algunos de los modelos de interacción espacial.

- a) En los modelos de gravitación demográfica establecidos por CARROTHER se toma la población para la masa y la distancia geográfica para la distancia.

En un proceso de emigración de población el nº de emigrantes de una región  $i$  hacia otra  $j$  sería



$$I_{ij} = G \frac{M_i M_j}{D_{ij}}$$

siendo  $M_i$  y  $M_j$  las poblaciones de las regiones  $i$  y  $j$  respectivamente, que desempeñarán el papel de masas,  $D_{ij}$  la distancia física entre ambas regiones y  $G$  un coeficiente de proporcionalidad positivo.

- b) En el modelo de emigración de población establecido por YOUNG, la expresión utilizada es la de Newton, al suponer los movimientos de emigración proporcionales al cuadrado de la distancia.

$$I_{ij} = \frac{M_i M_j}{D_{ij}^2}$$

Se puede definir por tanto, igual que en la mecánica newtoniana, una función potencial  $V_j^i$  que gobierna al sistema y representa la energía potencial por unidad de masa colocada en el campo gravitatorio.

$$V_j^i = G \frac{M_j}{D_{ij}}$$

siendo

$$\text{grad. } V_j^i = -G \frac{M_j}{D_{ij}^2}$$

la fuerza gravitatoria por unidad de masa en el punto  $j$  (el signo - indica que la fuerza actúa en el sentido de los potenciales decrecientes).

- c) En los modelos de mercado se supone que el potencial de mercado ejercido por la región  $i$  sobre el centro de gravedad de la región  $j$  sería:

$$V_j^i = \frac{M_i}{C_{ji}}$$

donde  $M_i$  serían las ventas al detall de la población  $i$ , y  $C_{ji}$ , el coste de transporte entre  $j$  e  $i$  desempeñando  $M_i$  el papel de una masa, y  $C_{ji}$  el de una distancia.

#### VI.6. EL FENÓMENO DE CHOQUE EN UN MODELO DE MERCADO GRAVITATORIO DE VENTAS AL DETALL

Sea el sistema  $S = \{i, j\}$  formado por dos centros urbanos  $i, j$  separados una distancia  $d$ , que son polos de atracción comercial de venta al detall de pequeñas aldeas que gravitan alrededor de ellos y cuya configuración espacial constituye el espacio  $E$  del sistema  $S$ .

Suponemos que se cumplen las siguientes hipótesis:

El espacio  $E$  es unidimensional y continuo  $E = \{x \in R/x \text{ es centro de consumo}\}$ .

La densidad de población  $\rho$  de un punto de consumo,  $x$ , es función de  $x$ , y del tiempo  $t$ ; es  $\rho(x, t)$ .

El sistema S está gobernado por un potencial de mercado gravitatorio aditivo.

$$V_i(x) = G \frac{M_i}{x}$$

$$V_j(x) = G \frac{M_j}{d-x}$$

donde G es una constante,  $M_i$ ,  $M_j$  son las masas de los centros i, j; y x, (d-x) son las respectivas distancias.

En el modelo de mercado de Harrey la masa es la población del centro urbano y la distancia es el coste de transporte. En el modelo de Reilly la masa es la venta al detall del centro urbano y la distancia es la distancia geográfica.

Se ha de verificar

- 1) El potencial de mercado del sistema S en un punto x sería

$$V(x) = V_i(x) + V_j(x) = G \left[ \frac{M_i}{x} + \frac{M_j}{d-x} \right]$$

- 2) La fuerza de atracción por unidad de masa en un punto x sería

$$\text{grad. } V(x) = -G \left[ \frac{M_i}{x^2} - \frac{M_j}{(d-x)^2} \right]$$

3) El sistema está en equilibrio si  $\text{grad. } V(x) = 0$ . Por tanto

$$\frac{M_i}{x^2} = \frac{M_j}{(d-x)^2} \longrightarrow x = d\sqrt{M_i/M_j} / (1 + \sqrt{M_i/M_j}) = a$$

donde  $M_i$  y  $M_j$  son las masas en el instante considerado, que suponemos constantes en ese instante ( $t = 0$ ).

En el punto  $a$  la función potencial presenta un mínimo

( $V''(a) > 0$ ).

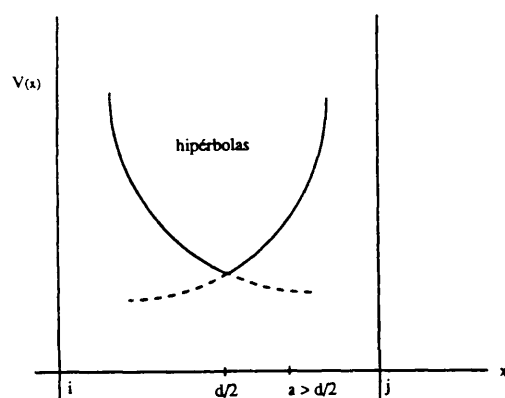


Gráfico  $V(x)$  para  $M_i > M_j$  ( $t = 0$ )

**Proposición 1**

El potencial de mercado

$$V(x) = G \left[ \frac{M_i}{x} + \frac{M_j}{d-x} \right]$$

del sistema dinámico  $S = \{i, j\}$  define una catástrofe de cúspide.

En efecto, desarrollando  $V(x)$  por Taylor en el punto  $a$  de equilibrio ( $t = 0$ ), tendríamos

$$V(x) = V(a) + \frac{V'(a)}{1!} (x-a) + \frac{V''(a)}{2!} (x-a)^2 + \frac{V'''(a)}{3!} (x-a)^3 + \dots$$

Tomando  $a$  como origen de coordenadas, es decir, haciendo  $x-a = x'$ .

El desarrollo de Taylor hasta el orden 4º sería

$$V(x') = V(a) + \frac{V'(a)}{1!} x' + \dots + \frac{V^{IV}(a)}{4!} x'^4$$

siendo

$$V(a) = G \left[ \frac{M_i}{a} + \frac{M_j}{d-a} \right] = C_0 > 0$$

$$V'(a) = -G \left[ \frac{M_i}{a^2} - \frac{M_j}{(d-a)^2} \right] = C_1 = 0$$

$$V^{II}(a) = 2! G \left[ \frac{M_1}{a^3} + \frac{M_2}{(d-a)^3} \right] = C_2 > 0$$

$$V^{III}(a) = -3! G \left[ \frac{M_1}{a^4} - \frac{M_2}{(d-a)^4} \right] = C_3 > 0$$

luego

$$V^{IV}(a) = 4! G \left[ \frac{M_1}{a^5} + \frac{M_2}{(d-a)^5} \right] = C_4 > 0$$

$$V(x') = C_0 + C_2 x^2 + C_3 x^3 + C_4 x^4$$

teniendo en cuenta que un polinomio de 4º grado se puede transformar por un difeomorfismo en otro, en el que no figuren los términos independientes y de 3º grado.  $V(x')$  es equivalente desde el punto de vista de estabilidad estructural al polinomio

$$V(x'') = x'^4 + u x'^2 + v x''$$

donde  $u$  y  $v$  son parámetros, por tanto, la función  $V(x)$  define una catástrofe de cúspide.

## Proposición 2

Si el sistema  $S = \{i, j\}$  gobernado por el potencial de mercado

$$V(x) = G \left[ \frac{M_i}{x} + \frac{M_j}{d-x} \right]$$

está en estado estacionario, y uno de los centros comerciales (i o j) perturba el sistema con aumentos infinitesimales sucesivos de masa  $dM_i$  o  $dM_j$ , se generarán ondas de choque.

En efecto, utilizando un símil hidráulico, el potencial de mercado  $V(x)$  es equivalente a una presión en  $x$ . Toda perturbación elemental en la masa  $M_i$  o  $M_j$  genera un aumento infinitesimal del gradiente de  $V(x)$ , que actúa como una fuerza hacia i o j, tal como ocurre en la compresión de un gas en un cilindro por la acción de la cabeza del émbolo generando igualmente un choque.

Para cuantificar el fenómeno utilizaremos las ecuaciones fundamentales del flujo unidimensional isentrópico en régimen variable siguiendo a F. Aguilar Bartolomé en "Los explosivos y sus aplicaciones (flujo unidimensional plano)", JEN 1972.

a) Ley de atracción gravitatoria

$$\frac{\nabla V}{\rho} + \frac{du}{dt} = 0$$

donde  $V$  es el potencial de mercado,  $\rho$  la densidad de población y  $u$  la velocidad, todas ellas funciones de  $x$  y de  $t$ .

Por tanto,

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\delta V}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta t} + \frac{\delta u}{\delta x} \frac{dx}{dt} = 0 \quad (1)$$

b) Ley de conservación de la masa

$$\frac{\delta \rho}{\delta t} + \nabla(\rho, u) = 0,$$

desarrollando

$$\frac{\delta \rho}{\delta t} + \rho \frac{\delta u}{\delta x} + u \frac{\delta \rho}{\delta x} = 0 \quad (2)$$

c) Ecuación de estado del espacio

$$V = V(\rho, S)$$

siendo S la entropía; todas ellas funciones de x y de t.

Por ser el proceso isoentrópico, la velocidad de la onda elástica perturbadora del potencial de mercado sería

$$c = \sqrt{\left( \frac{\delta V}{\delta \rho} \right)}$$

Por tanto,

$$\frac{\delta V}{\delta x} = \frac{\delta V}{\delta \rho} \cdot \frac{\delta \rho}{\delta x} = c^2 \frac{\delta \rho}{\delta x} \quad (3)$$



Introduciendo (3) en el sistema de ecuaciones diferenciales (1) y (2), teniendo en cuenta que

$$\frac{dx}{dt} = u \pm c,$$

multiplicando (1) por  $\rho$ , dividiendo (1) y (2) por  $c$ , y sumando/restando (1) y (2), tendríamos, respectivamente, después de simplificar

$$\left. \begin{aligned} d\rho + \frac{\rho}{c} du &= 0 \\ d\rho - \frac{\rho}{c} du &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Integrando (4) por el método de las características (en líneas de flujo constante  $C$ , donde

$$\frac{dx}{dt} = u \pm c$$

es constante)

$$\left. \begin{aligned} u + \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{c}{\rho} d\rho &= 2r \\ u - \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{c}{\rho} d\rho &= -2s \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

donde  $r$  y  $s$  son los invariantes de Riemann.

Para hallar la integral

$$\int_{p_0}^p \frac{c}{\rho} d\rho$$

tenemos que conocer la ecuación del espacio, para tener  $c$  como función de  $\rho$ .

Por ser el espacio isentrópico suponemos que la ecuación del espacio es

$$v = K \rho^\gamma \quad (6)$$

siendo  $K$  una constante y  $\gamma$  el índice isentrópico del medio, por (3) y (6).

$$c = \sqrt{K\gamma} \rho^{\frac{\gamma-1}{2}}$$

Sustituyendo  $c$  en la integral obtenemos:

$$\int_{p_0}^p \frac{c}{\rho} d\rho = \frac{2c}{\gamma-1} \quad (7)$$

De (5) y (7)

$$u + \frac{2c}{\gamma-1} = 2r \quad (8)$$

$$u - \frac{2c}{\gamma-1} = -2s \quad (9)$$

Sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, que nos permite obtener  $u$  y  $c$  en función de los parámetros  $r$  y  $s$  y, por tanto, fijando el parámetro  $s$  obtendríamos las líneas de flujo constante

$$\frac{dx}{dt} = u + c$$

en función de  $\xi$ . Para cada  $\xi$  tendríamos una línea de flujo constante  $C_i$  ( $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots$ ) que es una recta.

En un sistema cartesiano  $x, t$  podemos representar las líneas de flujo constante  $C_i$ , que forman una familia de rectas de parámetro  $\xi$ , sobre las cuales hemos integrado el sistema de ecuaciones diferenciales. La familia de características define una onda simple, de tal manera que fijando un valor para la abscisa  $x$ , obtenemos los distintos parámetros  $u, c, V \dots$  en función de  $t$ , y fijado un valor del tiempo  $t$ , obtenemos el valor de esos parámetros en función de  $x$ . A continuación estudiaremos esta onda simple y veremos como es posible que se pueda generar una onda de choque en el sistema definido por un modelo de mercado gravitatorio en proceso isoentrópico.

#### Fenómeno de choque

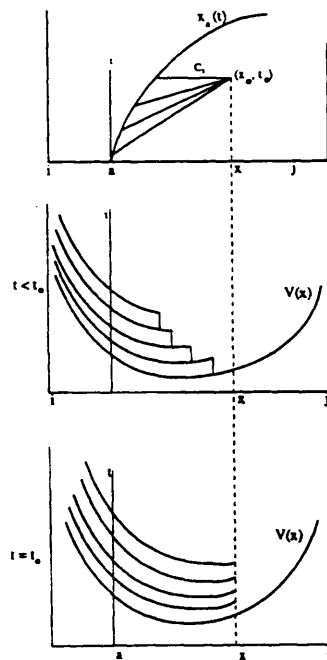
Podemos representar el sistema  $\{i, j\}$  y el fenómeno de choque asociado al modelo tomando el punto de equilibrio  $a$  como origen de coordenadas en un sistema cartesiano  $x, t$  haciendo un cambio de coordenadas. La abscisa  $x$  representa la distancia desde un punto genérico del medio al punto de equilibrio  $a$ , y la ordenada  $t$  el tiempo.

Hemos supuesto que el centro comercial  $i$  perturba el potencial de mercado  $V(x)$  por aumentos infinitesimales de su masa  $M_i$ . Al variar  $M_i$  con el tiempo el punto de equilibrio  $a$  se desplaza hacia el punto  $j$ .

En la figura  $x_a(t)$  representa el movimiento del punto de equilibrio  $a$  con el tiempo; de cada punto de  $x_a(t)$  sale una característica correspondiente a una línea de flujo constante

$$\frac{dx}{dt} = u + c$$

constante, y que son, por tanto, líneas rectas que se pueden acotar según el parámetro  $r$ .



Si las características  $C_i$  convergen en un punto  $(x_0, t_0)$ , se originaría una onda centrada, y el punto de encuentro representaría una situación de conflicto por corresponder a características distintas con velocidades  $dx/dt$  diferentes y, por tanto, con distinta pendiente. En el punto  $(x_0, t_0)$  se produciría el fenómeno de choque, que pasamos a analizar.

Las perturbaciones sucesivas producidas en el centro comercial  $i$  por incrementos infinitesimales de población equivalen a pulsos elementales de incremento de potencial de mercado, que se desplazan progresivamente hacia el centro  $j$  a velocidad creciente como consecuencia de encontrar un medio cada vez más denso por aumentar la tasa de personal que orienta sus compras hacia el centro  $i$ . Estos pulsos de potencial de mercado, equivalentes a pulsos de presión, de presión comercial, desplazan el punto de equilibrio  $a$  hacia el centro  $j$ , y llegan a encontrarse en algún punto del medio por viajar a velocidad creciente y al encontrarse se componen originando un choque; punto  $(x_0, t_0)$ .

El fenómeno de choque consiste en un aumento brusco del potencial de mercado, equivalente al choque o aumento brusco de presión en el símil de un gas confinado en un cilindro que se comprime por la acción de un émbolo en cuya cabeza se producen las perturbaciones y, por tanto, los pulsos de presión causantes del choque. En el modelo de mercado gravitatorio el punto de equilibrio  $a$  equivale a la cabeza del émbolo, aunque los pulsos de presión comercial se producen en el centro  $i$ . Si la familia de rectas representativas de las características no conver-

gen en un punto, no se origina onda centrada, pero se produce un choque de velocidad variable, pues existe una envolvente de esa familia de rectas y en cada punto de la envolvente  $(x,t)$  se va iniciando el choque a distintas velocidades.

Para que el fenómeno de choque cristalice y se produzca un fenómeno explosivo es necesario que exista una fuente que lo alimente, y que se produzca súbitamente.

#### **VI.7. EL FENÓMENO DE CHOQUE EN LAS ORGANIZACIONES. CRAC ORGANIZATIVO**

El crac organizativo en la empresa es consecuencia de una disfunción importante o de una discontinuidad apreciable en los diversos flujos de la empresa, informativos, financieros, de decisión, de energía, de poder, en definitiva a un fenómeno de choque que produce una rotura de las ligaduras existentes entre las componentes de la estructura y un desequilibrio importante en la correlación de fuerzas, con efectos perniciosos para la buena marcha de la empresa pues en lugar de aunar esfuerzos y amplificar la sinergia del sistema integrando y acumulando la energía de sus subsistemas, se produce el fenómeno contrario, la disgregación, la fugacidad y división de fuerzas, en suma, la incapacidad para dar solución a los problemas de la empresa.

El fenómeno de choque es instantáneo como en la detonación de un explosivo, con una gran liberación de energía, pero esa gestación suele precisar de un período de tiempo. Surge a partir de una disfunción o germen inicial desorganizativo y de funcionamiento, que puede ser una crisis incipiente, y por un proceso progresivo de feed-back o de retroalimentación permanente se va cristalizando el crac y se van larvando las causas y circunstancias que inevitablemente desencadenan en el fenómeno de choque. Se va acumulando una energía de disfunción que después se liberará en su momento por presencia en la organización de alguna causa o circunstancia anormal que actúa de detonante como en la detonación de un explosivo, origina la explosión súbita de la estructura, el crac organizativo, al que le acompaña una onda de choque.

La onda de choque produce una discontinuidad apreciable en el estado del sistema antes y después del choque, de sus variables y parámetros, con un aumento brusco de la entropía del sistema como en los sistemas físicos (que en este caso equivale a una medida del desorden), y el sistema se aleja de su estructura inicial. Este estado suele ir acompañado de una inmovilidad organizativa o, por el contrario, de una revolución estructural, pues todos sus componentes son conscientes de la necesidad de crear un nuevo orden, un nuevo reparto de poderes y nuevas ligaduras. En definitiva, nueva estructura, salvo que sea una situación coyuntural, una crisis profunda, instantánea, pero sin que exista una fuente que lo alimente, que es lo que caracteriza al fenómeno explosivo. En este caso el propio sistema absorbería las disfunciones aparecidas y crearía mecanismos para superarlas, lo

mismo que en la detonación brusca de una pequeña cantidad de explosivo que el sistema absorbe la energía creada, disipa el calor y estabiliza la temperatura en un período corto de tiempo, pues a toda onda de choque le acompaña una onda de rarefacción, de depresión, que la amortigua salvo que exista una fuente que la alimente.

#### **Modelo matemático**

Vamos a crear un modelo matemático que idealice el crac organizativo en la empresa.

El modelo de mercado gravitatorio estudiado en el punto VI.6. nos servirá de referencia en esta abstracción.

La correlación de fuerzas, de ligaduras, de poder, existentes en la empresa, crea un sistema de fuerzas cuya resultante define un dipolo de fuerzas, un par de fuerzas antagónicas semejantes a las creadas por los dos polos o Centros de ventas, de atracción comercial, a cuyo alrededor gravitan pequeñas aldeas o villas cuyos habitantes son compradores potenciales en ambos Centros comerciales.

Vamos a materializar los dos polos organizativos antagónicos. Uno representará el orden, la norma, el otro el desorden, la oposición al orden.



Sea el sistema organizativo de la empresa y  $(E, P)$  el estado del sistema en un instante  $t$ , donde  $E$  es el espacio de las configuraciones  $E = \{C_0, C_1, \dots, C_{n-1}\}$  y  $P$  el espacio de las probabilidades asociadas  $P = \{P_0, P_1, \dots, P_{n-1}\}$  con  $\sum P_i = 1$ .

El polo de atracción organizativo sería el definido por el estado inicial del sistema, el correspondiente a la estructura de la empresa o configuración tipo  $C_0$  que representa el orden, el stabliment, siendo  $P_0 = 1$  y  $P_i = 0 \forall i \neq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n-1$ .

El otro polo de atracción desorganizativo, sería aquel que representa el desorden, el alejamiento total de la norma, con  $P_0 = 0$  y  $P_i = 1/n-1 \quad \forall i \neq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n-1$ .

Hacemos notar que el espacio de las probabilidades  $P$  representa un  $n$ -simplex en  $R^n$ , tal como dijimos en el punto (V.4.), el  $n$ -simplex definido por aquellos vectores

$$P = (P_0, P_1, \dots, P_{n-1}) \in R^n / \sum_{i=0}^{n-1} P_i = 1.$$

El polo desorganizativo con

$$P = \left(0, \frac{1}{n-1}, \frac{1}{n-1}, \dots, \frac{1}{n-1}\right)$$

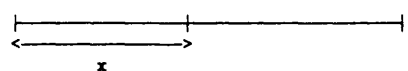
es el centro de gravedad del  $n-1$  simplex en  $R^{n-1}$  obtenido al hacer la 1ª componente  $P_0 = 0$  en el espacio de las probabilidades.

Los dos polos, el organizativo que representamos por 0, con  $P_0 = (1, 0, \dots, 0)$ , y el desorganizativo que representamos por d, con

$$P_d = \left(0, \frac{1}{n-1}, \frac{1}{n-1}, \dots, \frac{1}{n-1}\right)$$

definen un segmento en  $R^n$ , representativo del espacio P de las probabilidades.

La evolución del sistema organizativo de la empresa, su estado  $(E, P_t)$  en un instante determinado t, puede ser estudiado utilizando el símil del potencial de mercado gravitatorio visto en el punto VI.6.

$$P_0 (1, 0, \dots, 0) \quad P_t (P_1, P_2, \dots, P_n) \quad P_d \left(0, \frac{1}{n-1}, \dots, \frac{1}{n-1}\right)$$


#### Potencial gravitatorio asociado al sistema organizativo

El polo organizativo 0 define un potencial gravitatorio organizativo

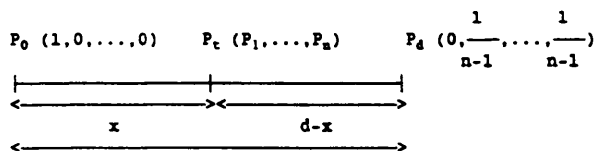
$$V_0(x) = K \frac{M_0}{x}$$

correspondiente a un estado  $(E, P_t)$  del sistema en el instante  $t$ ,  $P_t = (P_1, P_2, \dots, P_n)$ , donde  $x$  es una función distancia, la norma del vector  $P_t - P_0$ .

$x = ||P_t - P_0||$  y  $M_0$  es una función masa relativa a la población del sistema que incide positivamente en el mantenimiento de la organización, del orden, de la norma (directivos y trabajadores en general comprometidos con la organización; que no distorsionan que crean cohesión), y  $K$  es una constante gravitatoria.

El polo desorganizativo  $d$  correspondiente al mismo estado  $(E, P_t)$  define un potencial gravitatorio desorganizativo, que produce desorden,

$$V_d(x) = K \frac{M_d}{d-x}$$



donde  $d$  es una función distancia, la norma del vector  $P_d - P_0$

$$d = \|P_d - P_0\| = \left\| \left( 0, \frac{1}{n-1}, \frac{1}{n-1}, \dots, \frac{1}{n-1} \right) - (1, 0, 0, \dots, 0) \right\| =$$

$$= \sqrt{\frac{n}{n-1}};$$

$x$  es la norma del vector  $P_i - P_0$   $x = \|P_i - P_0\|$  y  $M_d$  es una función masa relativa a la población del sistema que incide negativamente en la organización, que distorsiona la organización (directivos descontentos y trabajadores no comprometidos, que interfieren y que no se adaptan).

El potencial gravitatorio organizativo del sistema será, por tanto, la suma de ambos potenciales, el organizativo y el desorganizativo.

$$V(x) = V_0(x) + V_d(x) = K \frac{M_0}{x} + K \frac{M_d}{d-x} =$$

$$= K \left( \frac{M_0}{x} + \frac{M_d}{d-x} \right)$$

La expresión matemática del potencial organizativo es semejante al potencial del sistema de mercado considerado en el punto anterior VI.6.; por tanto, también

será el análisis y sus consecuencias. Suponemos evolución espontánea e isoentrópica del sistema tal como se hizo allí.

#### Punto de equilibrio

El punto de equilibrio se obtendrá para

$$\text{grad } V(x) = 0$$

correspondiendo al punto

$$x = d\sqrt{M_0/M_d} (1 + \sqrt{M_0/M_d})$$

en el que la función  $V(x)$  toma el valor mínimo.

En el punto V.5. hemos llegado a la conclusión de que el sistema tiende asintóticamente hacia el punto de equilibrio

$$P_\theta = \left( \frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n} \right)$$

que es el baricentro del  $n-1$ . simplex definido por el espacio de las probabilidades, y en él la entropía presenta un máximo según vimos

$$S(P_G) = \log_2 n$$

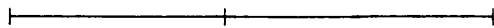
Por tanto,

$$x = \|P_G - P_0\| = d\sqrt{M_0/M_d} (1 + \sqrt{M_0/M_d})$$

pero

$$\|P_G - P_0\| = \sqrt{\frac{n-1}{n}}$$

$$P_0 (1, 0, \dots, 0) \quad P_G = \left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}\right) \quad P_d (0, \frac{1}{n-1}, \dots, \frac{1}{n-1})$$



y como

$$d = \|P_d - P_0\| = \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

resulta

$$|P_o - P_0| = \frac{1}{d}$$

#### Crac organizativo

Tal como hicimos en el punto VI.6. (proposiciones 1 y 2) el sistema dinámico definido por los polos 0 y d, organizativo y desorganizativo, con un potencial gravitatorio  $V(x)$  define para determinados valores de sus parámetros, una catástrofe de cúspide. El fenómeno de choque se produce en funcionamiento isoen- trópico como consecuencia de perturbaciones sucesivas producidas en los polos desorganizativo d y organizativo 0, por incrementos infinitesimales de población disconforme de la empresa que producen distorsiones en la organización, y que equivalen a pulsos elementales de incremento del potencial gravitatorio desorga- nizativo o de disminución del potencial gravitatorio organizativo, que se despla- zan progresivamente hacia el otro polo a velocidad creciente como consecuencia de encontrar un medio cada vez más denso, más sensible a propiciar la desorga- nización, por aumentar la tasa de población que trata de desorganizarse. Estos pulsos de potencial gravitatorio desorganizativo equivalen a pulsos de presión, de presión desorganizativa que desplazan el punto de equilibrio hacia otro polo de atracción, hacia el polo organizativo.

El fenómeno de choque que origina el crac organizativo consiste en un aumento brusco del potencial desorganizativo como consecuencia de componerse los pulsos elementales de potencial desorganizativo ya que al avanzar cada vez más deprisa llegan a encontrarse, y al componerse generan el choque. Al crac organizativo le sucede el caos.

Todo crac organizativo obliga a una reestructuración de la empresa. Lleva aparejado la creación de una nueva estructura previo análisis profundo de las causas que han provocado el crac, lo que lleva involucrado en muchos casos una reconsideración de política de la empresa, de estrategias, de medios, de reparto del poder, en definitiva, de un nuevo orden.

#### **VI.8. ADAPTABILIDAD, ANTICIPACIÓN Y PREDICCIÓN DE LOS CAMBIOS**

El carácter difuso de las organizaciones, y en concreto de la empresa, lleva aparejado el que la organización ha de ser flexible, adaptable, para ajustarla en los detalles a la realidad del momento y periódicamente al cumplimiento de objetivos, política y estrategias establecidas, competencia que es exclusiva de los órganos directivos en todos los niveles, especialmente en los niveles superiores.



Es conveniente, por tanto, que en las organizaciones existan mecanismos o instrumentos que faciliten esa adaptación y equilibrio orgánico aunque de hecho existe intrínsecamente un proceso de autorregulación organizativa semejante al que presentan los seres humanos en su sistema neurovegetativo en un proceso cibernético de retroalimentación permanente o de feed-back para su autocontrol. Este planeamiento es idéntico al que se establece en los sistemas físicos y de ingeniería donde el funcionamiento equilibrado se consigue por medio de condensadores de energía, muelles y recuperadores en los sistemas mecánicos, condensadores eléctricos en los circuitos eléctricos, volantes en las máquinas, etc.

Esto nos hace pensar que en las grandes empresas debe existir un departamento de organización que complemente la autorregulación organizativa, para que asépticamente analice la eficacia de la organización en forma periódica, y que esas diagnósis sirvan de punto de referencia para estudios de reajustes o de cambio de estructura si han variado los objetivos, política o estrategias, en definitiva el marco teórico de la empresa. Hay que destacar que la función básica de los responsables de la organización es de estudio y de asesoramiento, pese a lo tentador que puede ser su intervención directa, pues la competencia del cambio compete exclusivamente a los órganos rectores que son los responsables de la buena marcha de la empresa.

La flexibilidad que admitimos como principio general de la organización adaptable puede introducir confusión y desorden en el sistema, puede crear entropía si

no se vigila especialmente la organización formal, la admitida como modelo formal adaptable. Debe afectar fundamentalmente al funcionamiento, a los procedimientos administrativos y a la mecánica instrumental.

Así por ejemplo, en la dinámica empresarial es frecuente desvirtuar la distinción entre órganos de línea, de estudio o staff y de servicio, y es fundamental esta separación y vinculación de todos los órganos a los de línea, pues son los que inciden de forma directa en el desarrollo óptimo de la empresa y en la consecución de sus objetivos. Debe existir una integración armónica, un equilibrio, como igualmente debe existir entre el sistema de información, el de organización y el de gestión de la empresa. Todo ello favorece y amplifica la sinergia de las organizaciones.

Este análisis y argumentos utilizados para la empresa son trasladables a todo tipo de organizaciones sociales y, en concreto, a la organización del Estado, en la que debe existir también un equilibrio y un desarrollo armónico de los distintos Ministerios.

El carácter difuso de las organizaciones, equilibrio y tendencia al equilibrio, estabilidad, autorregulación organizativa, sinergia y retroalimentación informativa, etc., se puede y se debe estudiar en términos matemáticos, y creemos que es muy interesante el hacerlo, pues se reduciría la confusión, la incertidumbre, los

intereses, y el considerarse "todos muy importantes", favoreciéndose en cambio la comunicación y, por tanto, la eficacia.

Se ha de mantener la organización y los distintos subsistemas que la componen junto con el ambiente interno y externo en armonía. Las perturbaciones aisladas y pequeñas no afectan al sistema pero cuando crece la frecuencia y el número de fuentes que la alimenta se produce la crisis; las organizaciones que no sean flexibles es difícil que la resistan.

La información del sistema junto con los planes, metas y control pensados para el futuro es una forma de anticiparse a la crisis. Si se efectúan cambios rápidos y drásticos en la organización algunas firmas pueden salvarse de la crisis completa, en otras ocasiones se agrava la situación.

Uno de los puntos claves de la organización ha sido el crecimiento y el éxito, pero la anticipación y predicción del colapso no suelen encontrarse entre ellos, en general es difícil resolver las relaciones causa-efecto pues éstos no son lineales. La escala, las dimensiones, la dinámica causal y la proximidad de la crisis difieren de unas organizaciones a otras.

Las predicciones sobre las crisis no son frecuentes, se basan en modelos de regresión econométricos, éstos no suelen estar muy actualizados. John Argenti en *Corporate Collapse: The Causes and Symptoms* propone 12 causas y síntomas principales, y desarrolla tres tipos más importantes de la trayectoria del fracaso.

Entre las causas señala: descuido en el sistema de información en especial contabilidad, no responder a los cambios ambientales a largo plazo, tendencia a comerciar más allá del capital disponible, emprender un gran proyecto que esté fuera de las capacidades de la compañía; si a alguno de éstos se le añade préstamos para crecimiento, las perturbaciones amenazan de forma constante. A medida que la firma se deteriora aparecen otros síntomas, ciertos índices financieros decrecen, los altos gerentes inician una contabilidad errónea, etc.

¿Se puede predecir el fracaso de una organización? Los analistas financieros y de inversiones, los bancos y otras instituciones de préstamo, generalmente han tenido éxito. Examinan aspectos como la disponibilidad de liquidez de la empresa, el tipo y cuantía de la deuda, la posición en el mercado, las cantidades destinadas a la investigación y al desarrollo, la experiencia administrativa; esto se ha empleado con un crecimiento económico y cierta estabilidad ambiental.

Van Frederikslust hizo un estudio sobre la predicción y el fracaso en Holanda - *Predictability of Corporate Failure* - a partir de unas ecuaciones de regresión, empleando un modelo con dos índices como variables independientes -una va-

riable de liquidez definida como (el balance de efecto en el paso del tiempo anterior más los recursos ganados desde ese momento hasta el paso de tiempo actual) deuda a corto plazo durante el paso del tiempo anterior -y una variable de ganancias definida como el índice de reembolso de la diferencia entre el valor de la propiedad y la cantidad por la que está hipotecada.

Después se utilizó la variable dependiente o pronóstico como discriminatoria para clasificar a las corporaciones en las categorías de fracasadas y no fracasadas. El fracaso se consideró como de habilidad de la firma para pagar sus obligaciones; se consideró que la crisis de fracaso ocurría con mayor frecuencia como consecuencia de una fuerte baja en las ventas. Las corporaciones podían anticipar tales crisis mediante el control de los primeros síntomas de un posible fracaso, por ejemplo, la pérdida de un cliente importante, la reducción de materias primas o las deficiencias administrativas.

Van Frederikslust comparó los valores pronosticados y observados de la balanza de liquidez a partir de muestras de empresas fracasadas y no fracasadas en el mercado de Amsterdam, de 1954 a 1984, y concluyó que si se utilizaban solamente índices financieros se podría predecir el fracaso corporativo hasta con cinco años de anticipación. Para Argenti el cambio en los índices financieros es una base insuficiente.

Las teorías predictivas en las ciencias de la naturaleza son distintas que en las ciencias sociales. Hay una diferencia sustancial que afecta precisamente a la información; en las ciencias sociales la información afecta a la propia información de una forma que no ocurre nunca en física.

Una predicción en economía afecta cuando se hace pública a la propia predicción. Si en política alguien predice una revolución, está claro que pondrá en marcha una serie de mecanismos que no aparecerían sin tal predicción.

## **CAPÍTULO VII: LOS SISTEMAS EXPERTOS Y LA DINÁMICA ORGANIZATIVA DE LA EMPRESA**

### **VII.1. INTRODUCCIÓN**

Las técnicas de inteligencia artificial han adquirido tal desarrollo y relevancia en los últimos años, y son tantos los campos de la ciencia y de la tecnología en los que se vislumbra su posible aplicación, que consideramos casi obligado el estudiar si también son aplicables a la dinámica empresarial y en concreto a la dinámica organizativa pues creemos que la empresa es campo abonado para ser considerada como un sistema experto, y por tanto, abordable por estas técnicas.

En este capítulo llegamos a la conclusión de que contemplando a la empresa en el marco de la teoría y dinámica de sistemas, puede ser considerada como un sistema integrado de organización, información y gestión asimilable a un sistema experto.

Esta interpretación de la empresa como un sistema experto facilita el estudio de muchos de sus problemas, y sirve de gran ayuda para la toma automática de decisiones por el propio sistema, y para la consulta sobre aspectos organizativos

estructurales o de distribución funcional, y de funcionamiento o de información en la empresa.

## **VII.2. EL CONOCIMIENTO EN LA EMPRESA**

La empresa es un ente jurídico económico y social, pero es también un ente de razón generador de conocimiento; y aquí radica su interés en el campo de la inteligencia artificial.

Como ente económico-social la empresa es un sistema que a partir de unos recursos humanos y materiales limitados, ha de conseguir sus objetivos, producción de bienes y servicios con vistas a la obtención de beneficio óptimo.

En este contexto la empresa es fuente permanente de información y centro autónomo de toma de decisiones, pero es, sobre todo un sistema, un sistema de organización, información y gestión, cuya integración se obtiene al incorporar la información y el conocimiento personalizado que sobre la empresa y su futuro tiene cada uno de sus componentes, para elegir la alternativa mejor en cada momento, cara a la optimización de la empresa.



Podemos afirmar, por tanto, que el conocimiento es una consecuencia de la interrelación, la que se deriva del estado actual del sistema, y de sus posibles estados futuros.

Esta cualidad de la empresa y de la dinámica empresarial de utilizar y generar conocimiento interrelacionado es fundamental para nuestro estudio, pues nos permite contemplar su esencia y sus problemas en el marco de la inteligencia artificial y sistemas expertos.

### VII.3. LOS ORDENADORES Y LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL EN LA EMPRESA

El ordenador como máquina y la informática como ciencia ha resuelto ya muchos de los problemas de la empresa relacionados con el tratamiento automático de la información, en especial los procesos algorítmicos y de cálculo (cálculo de primas, nóminas, control de inventarios, control de la producción, etc.), pero no ha resuelto aún el problema fundamental de la empresa, el proceso automático del conocimiento.

Así, si decimos: "Pedro, Juan y Antonio son trabajadores del Departamento de fabricación. Pedro depende jerárquicamente de Juan, y Juan depende de Antonio, luego Pedro depende de Antonio". Este pensamiento o proceso de razona-

miento que encierra conocimiento y una inferencia lógica no sería fácil de programar en un lenguaje como el FORTRAN o BASIC, y además ocuparía mucha memoria al ser procesado, y sin embargo constituye un problema elemental en inteligencia artificial según veremos.

La inteligencia artificial es una disciplina o ciencia cuyo objeto es el proceso automático del conocimiento.

Los tres problemas básicos de la inteligencia artificial son por consiguiente:

- a) La representación del conocimiento en el sistema.
- b) La inferencia de nuevos conocimientos a partir de la base de conocimientos.
- c) La búsqueda de conocimiento en la base de conocimientos.

Entre las aplicaciones de la inteligencia artificial destacamos las que ya son una realidad: los robots en la industria, y los sistemas expertos en algunas aplicaciones específicas de la ciencia y tecnología, así como las que aún están en estudio, entre otras la demostración automática y la comprensión y traducción automática de lenguajes, y en general el proceso automático del conocimiento en cualquiera de sus manifestaciones y modalidades.

Los robots se han utilizado en cadenas de montaje para acoplar elementos o conjuntos, en control de calidad de operaciones peligrosas o repetitivas, y en

verificación de medidas y tolerancia de fabricación con tan buen acierto como lo haría un ser humano, y además sin cansancio y sin errores, y todo ello en forma automática.

Los sistemas expertos se han utilizado para resolver problemas de juegos (juegos de ajedrez, juegos de damas, etc.), y en general para resolver problemas que resolvería un ser humano experto en algún tipo de conocimiento (diagnóstico médico, prospección petrolífera, espectroquímica, etc.).

Por eso pensamos que algunos problemas de la empresa, y en especial el problema de las decisiones, pueden ser tratados como un sistema experto. En el estudio que realizamos nos inclinamos especialmente por los problemas relacionados con la organización, y en concreto sobre aspectos de consulta al sistema como si fuera un experto en organización.

Las técnicas de inteligencia artificial se han desarrollado gracias a la evolución sufrida por el hardware y el software de los ordenadores, a los estudios sobre la inteligencia humana, y al propio progreso de la tecnología sensorial.

El avance de las técnicas informáticas ha abierto el camino a las técnicas de inteligencia artificial. En este caminar, el hardware de los ordenadores se ha miniaturizado más y más, haciendo más fácil la representación del conocimiento y su tratamiento, y los lenguajes de programación se han ido haciendo más autó-

nomos e independientes del sistema, facilitando la aplicación de la lógica a la resolución de problemas y a la programación. Por otra parte los estudios sobre la inteligencia humana han potenciado el de otros campos, el del lenguaje, la lógica, el conocimiento y la comunicación.

Todo ello ha facilitado el desarrollo de las técnicas de inteligencia artificial, y nos ha permitido constatar que sus tres problemas básicos relacionados con el conocimiento, y toda su problemática afín (información, lógica, lenguaje y comunicación), lo son también de la dinámica empresarial.

#### **VII.4. LÓGICA E INTELIGENCIA ARTIFICIAL**

Información, lógica y lenguaje, están en íntima conexión en los procesos de razonamiento, siendo los pilares en los que descansan los estudios sobre el conocimiento relacionados con la inteligencia artificial: su representación, inferencia lógica, y búsqueda de nuevos conocimientos.

Los lenguajes hablados desempeñan el papel de vehículo portador del razonamiento y del conocimiento humano; son el hilo conductor de la comunicación. Ahí radica el interés de estudiar la conexión existente entre información, lógica y lenguaje cara al desarrollo de las técnicas de inteligencia artificial, y de su aplicación a la empresa, pues son los ingredientes de la dinámica empresarial.

Hito importante en la aplicación de la lógica al lenguaje han sido los siglos XIX y XX.

En el siglo XIX apareció el álgebra de BOOLE, que como lógica bivalente ha servido de base a múltiples disciplinas relacionadas con la información, el lenguaje y la comunicación.

El siglo XX ha sido muy prolijo en las aplicaciones de la lógica al lenguaje y al conocimiento humano. Destacamos por un lado el álgebra de las proposiciones, y el álgebra de los predicados de Fregge, y por otro, las lógicas modales y las lógicas difusas.

La aritmética y la lógica del ordenador se realiza en binario, y tiene como fundamento científico el álgebra de clases, el álgebra de Boole.

El álgebra de los predicados, las lógicas modales y las lógicas difusas, constituyen la esencia científica de las técnicas de inteligencia artificial.

El álgebra de las proposiciones y el álgebra de los predicados son lógicas de 1<sup>er</sup> orden, representativas, cada una en su nivel, de la lógica formal del lenguaje; del conocimiento declarativo y de sus interconexiones.

Las lógicas modales se han creado para tener en cuenta los aspectos del lenguaje de "necesidad" y "posibilidad". Para estudiar el contenido informativo y lógico que encierran las expresiones del lenguaje y del razonamiento en las que aparecen frases como "es posible que...", "es necesario que...". Así decimos: "Es posible que haya una subida de salarios del 10%". "Es necesario mejorar la calidad para aumentar las ventas", etc.

Las lógicas difusas son las lógicas del sentido común; han surgido para estudiar el razonamiento difuso, inexacto, probabilístico. Si analizamos el razonamiento humano observaremos que al razonar introducimos apreciaciones subjetivas, experiencia, juicio, etc.; en una palabra, introducimos el sentido común e información probabilística que solapamos a la lógica rígida, a la lógica formal del lenguaje.

### **Álgebra de las proposiciones**

En el cálculo proposicional los elementos son las proposiciones o frases del lenguaje representadas como un todo, como unidades informativas de los posibles estados, verdadero (V) o falso (F).

Así decimos refiriéndonos a una empresa concreta:

"Miguel es el jefe del Departamento de compras". Suponemos que en nuestro caso esta proposición es verdadera (V).

"El almacén de materias primas pertenece al Departamento de fabricación". Esta proposición puede ser verdadera o falsa; en general es falsa (F).

En el lenguaje, en el razonamiento humano hablado o escrito, las proposiciones se conectan entre sí por medio de las conjunciones "y" y "o", y el adverbio de negación "no", para formar proposiciones compuestas de más contenido informativo, pero también de dos estados (verdadero o falso), actuando estas conectivas en el proceso como operadores algebraicos, de tal manera que el conjunto de las proposiciones del lenguaje respecto a estas operaciones tiene estructura de álgebra de BOOLE.

Representando por los símbolos  $\cdot$  + y  $-$  a los operadores "y", "o" y "no", y designando por P al conjunto de las proposiciones del lenguaje, la estructura algebraica  $(P, \cdot, +, -)$  es un álgebra de BOOLE.

Refiriéndonos a una empresa concreta podemos considerar el siguiente argumento o proceso de razonamiento que expresa una de las alternativas de un procedimiento administrativo.

"Si el albarán o nota de entrega del material se corresponde con la nota de pedido, y el material pasa la inspección de calidad de recepción, y la factura es concordante con la oferta del proveedor, entonces ingresar el material en el almacén y pagar la factura".

Esta alternativa del proceso administrativo se podría expresar así en términos de lógica:

$$A \cdot B \cdot C \longrightarrow D \cdot E$$

donde A, B, C, D y E son las proposiciones.

A: "el albarán o nota de entrega se corresponde con la nota de pedido"

B: "el material pasa la inspección o control de calidad de recepción"

C: "la factura es concordante con la oferta del proveedor"

D: "ingresar el material en almacén"

E: "pagar la factura"

### Álgebra de los predicados

En el cálculo de predicados sus elementos son también las proposiciones del lenguaje, pero interpretadas con doble contenido informativo, por un lado el semántico de dos estados (verdadero o falso) como en el cálculo proposicional, y por otro el que dimana de la propia estructura de la frase, de las relaciones



existentes entre colectivos o clases, de personas, objetos o cosas, y de las propiedades que se les atribuye.

Así decimos:

"Todos los talleres utilizan materiales procedentes de los almacenes generales y de sus propios almacenes".

Esta expresión considerada como un todo, como unidad informativa, es verdadera (V), pero encierra además un contenido informativo derivado de la propia estructura de la frase. Por un lado se afirma algo, y por otro se indica de quién o quiénes se afirma esa realidad. En forma estructurada se podría representar así:

..... utilizan ..... procedentes de ..... y de .....

El verbo "utilizan" indica la relación, es el predicado. Las palabras "talleres", "materiales", "almacenes generales", y "sus propios almacenes" son las entidades de quienes se afirma algo, son los términos.

Los términos representan el dominio de conocimiento, que puede ser concreto (constante), general (variable libre), o cuantificado (variable ligada). La cuantifi-

cación puede ser realizada por el cuantificador universal  $\forall$ , o por el existencial  $\exists$ .

La representación en cálculo de predicados de la expresión considerada sería:

$$\forall P (x, y, z, a)$$

donde P es el predicado.

P: "utilizan"

a, x, y, z son los términos, que equivalen, respectivamente, a una constante, una variable ligada, una variable libre.

x: "taller"

y: "materiales"

z: "almacenes generales"

a: "su propio almacén"

(almacén de taller)

$\forall$  es el cuantificador universal "para todo", o lo que es lo mismo, "cualquier", "cualquiera", aplicado a la variable x indicativa de taller.

Teniendo en cuenta que en el cálculo de predicados las frases del lenguaje, o proposiciones, presentan una interpretación informativa relacional, estructural, y además una interpretación informativa semántica de dos estados (verdadero o falso) semejante a la que se da en cálculo proposicional, es posible igualmente

formar proposiciones compuestas con las conectivas "y", "o" y "no", de tal manera que estos operadores le confieren estructura de álgebra de BOOLE, y como consecuencia, podemos afirmar, que el cálculo proposicional es un caso particular, una versión simplificada del cálculo de predicados.

Refiriéndonos a la empresa, una estructura deductiva del cálculo de predicados en el dominio del conocimiento organizativo de la empresa podría ser la que se reseñó en el punto VII.3. que expresa la dependencia jerárquica entre tres trabajadores del departamento de fabricación. En el cálculo de predicados se presentaría así:

$$P(a,b,c), Q(a,b), Q(b,c) \implies Q(a,b)$$

donde P y Q son los predicados.

P: "son"

Q: "depende jerárquicamente"

a,b,c,x son términos del dominio de conocimiento, siendo a,b,c, constantes pues se refieren a trabajadores concretos, y x una variable libre (general) del dominio de conocimiento.

a: "Pedro"

b: "Juan"

c: "Antonio"

x: "trabajadores del departamento de fabricación"

En inteligencia artificial se utilizan lenguajes de programación basados en el cálculo de predicados.

El PROLOG es un lenguaje cuyo fundamento es el cálculo de predicados, y se utiliza especialmente en demostración automática.

El LISP en cambio es una versión simplificada del cálculo de predicados, y se utiliza en particular en los problemas que resuelven los sistemas expertos.

#### **VII.5. LOS SISTEMAS EXPERTOS. LA ESTRUCTURA LÓGICA DE ÁRBOL EN LA EMPRESA**

##### **Los sistemas expertos en la empresa**

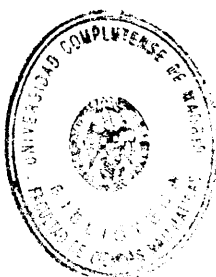
La interrelación del conocimiento en la empresa adopta en la mayor parte de sus posibles dominios de conocimiento la estructura lógica de árbol según se puede constatar teóricamente en términos matemáticos, y prácticamente en términos gráficos, representando esa interrelación en forma de grafo.

Este hecho facilita el problema del proceso automático del conocimiento en la empresa, pues según sabemos la estructura del conocimiento en forma de árbol

es fácilmente abordable por técnicas de inteligencia artificial, siendo el lenguaje LISP el lenguaje ideal para estos casos.

El lenguaje LISP fue creado por Mac-Carty en 1945, y su objeto es el procesamiento automático de listas, y precisamente en este lenguaje la estructura lógica de árbol se puede representar (almacenar en el sistema), en forma de una lista de datos constituyendo la base de conocimiento, y la búsqueda de conocimiento en el sistema se transforma en un problema de procesamiento de listas, que es lo que resuelve el lenguaje LISP y otros lenguajes afines.

Los sistemas expertos son sistemas de inteligencia artificial que procesan conocimiento específico de un área determinada, por lo que su campo de estudio es el conocimiento especializado, y este tipo de conocimiento en la empresa (comercial, financiero, de inversión, etc.) se transforma en casi todos los casos en un procesamiento de listas, pues la estructura del conocimiento tiene casi siempre una configuración en forma de árbol lógico, y por consiguiente es un problema cuyo almacenamiento, proceso, y búsqueda de conocimiento se realiza utilizando el LISP como lenguaje de programación.



### La estructura lógica de árbol en el dominio de conocimiento

La estructura lógica de árbol es la expresión lógica del conocimiento estructurado en álgebra de clases, que según sabemos es un álgebra de BOOLE.

### Definiciones

Sea  $D$  un dominio de conocimiento constituido por un conjunto de elementos interrelacionados.

- Una propiedad  $P_i$  relativa a elementos de  $D$  define un subdominio  $D_i$  de  $D$ , constituido por aquellos elementos de  $D$  que cumplen la propiedad  $P_i$ , por tanto  $D_i \subset D$ .

Dadas dos propiedades  $P_i, P_j$  relativas a elementos de  $D$ , diremos que:

- $P_i, P_j$  son independientes si  $D_i \cap D_j = \emptyset$
- $P_j$  depende de  $P_i$  si  $D_j \subset D_i$
- Un conjunto de propiedades.

$P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$  constituye un conjunto completo de propiedades de  $D$  si

$$\bigcup_i D_i = D.$$

Evidentemente  $P \subset P$  y  $P_0 \subset P$  donde  $P$  es la propiedad común a todos los elementos de  $D$ , y  $P_0$  es la propiedad vacía que no define ningún elemento,  $D_0 = \emptyset$ .

#### Generación de la estructura de árbol

Sea  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_i, \dots\}$  un conjunto cuyos elementos definen un dominio de conocimiento, y  $P^{(1)} = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$  un conjunto completo de propiedades independientes relativas a elementos de  $D$ .

- $P^{(1)}$  define una partición en  $D$ , pues las  $P_i$  son propiedades independientes, y el conjunto es completo. En efecto:

Podemos establecer una relación  $R_e$  en  $D$  que es relación de equivalencia, así  $d_i R_e d_j \iff \exists P_k \in P^{(1)}/d_i, d_j \text{ cumplen la propiedad } P_k$ .

Se demuestra fácilmente que  $R_e$  es una relación de equivalencia pues cumple las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva.

El conjunto cociente:

$D/R_e = \{D_1, D_2, \dots, D_n\}$  está constituido por elementos que son subconjuntos de  $D$  tales que  $D_i \cap D_j = \emptyset$ , y si  $d_i \in D_i$ ,  $d_j \in D_j$ , cumple la propiedad  $P_i$ .

Cada uno de los elementos  $D_i$  del conjunto cociente  $D/R_e$  constituye un subdominio de conocimiento de  $D$ .

- Si  $P_i^2 = \{P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{ik}\}$  es un conjunto completo de propiedades independientes de  $D_i$ ,  $i \leq n$  entonces  $P_i^2$  define igualmente una partición de  $D_i$  por ser las  $P_{ij}$  propiedades independientes de los elementos de  $D_i$ , y por ser  $P_i^2$  completo.

Designando por  $R_e'$  a la relación de equivalencia correspondiente:

$$d_i' R_e' d_j' \longleftrightarrow \exists P_{il} \in P_i^2/d_i', d_j'$$

cumplen la propiedad  $P_{il}$ ,  $1 \leq k$ .

El conjunto cociente:

$D/R_e' = \{D_{i1}, D_{i2}, \dots, D_{ik}\}$  está constituido por elementos que son subconjuntos de  $D$ , tales que  $D_{ip} \cap D_{ir} = \emptyset$ .



Cada uno de los elementos de  $D/R'_e$  constituye un subdominio de conocimientos de  $D$ , y por tanto de  $D$ .

Así siguiendo, en forma progresiva e iterada, iríamos generando nuevos subdominios de conocimientos, de niveles sucesivos, y en definitiva habríamos descompuesto el dominio  $D$  en subdominios anidados, y por tanto habríamos creado la estructura lógica de árbol.

### Proposición

Si  $D$  es un dominio de conocimientos y  $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$  un conjunto completo de propiedades de  $D$ , que genera el conjunto de subdominios

$$D(P) = \{D_1, D_2, \dots, D_n\},$$

la relación de inclusión en  $D(P)$  le confiere estructura de retículo superior, de árbol.

En efecto:

a) Por ser  $P$  un conjunto completo de propiedades de  $D$  se verifica que:

$$\bigcup_i D_i = D$$

- b) Dados dos subconjuntos  $D_i, D_j$  de  $D$ , relativos a las propiedades  $P_i, P_j$ , dependientes o independientes, se verificaría:

$$P_j \text{ dependiente de } P_i \longrightarrow D_j \subset D_i \subset D$$

$$P_i, P_j \text{ independientes} \longrightarrow D_i \cap D_j = \emptyset$$

pero  $\exists P_k, P_k/D_i \subset D_i \subset D, D_j \subset D_k \subset D$ .

Por tanto, el conjunto  $D(P)$  por la relación de inclusión es un conjunto ordenado tal que  $\forall D_i, D_j \in D(P)$  tiene supremo e ínfimo, y como consecuencia:

- c) Podemos definir dos leyes  $\wedge, \vee$  en  $D(P)$  así:

$$D_i \wedge D_j = \text{inferior}(D_i, D_j)$$

$$D_i \vee D_j = \text{superior}(D_i, D_j)$$

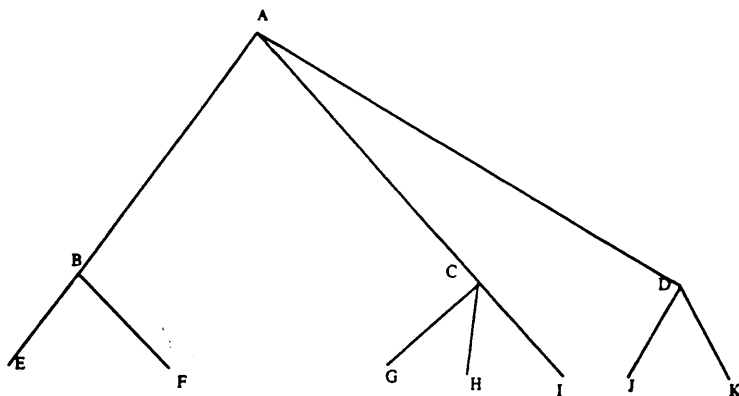
y es inmediato que:

- Las leyes  $\wedge$  y  $\vee$  son leyes de composición interna en  $D(P)$ .
- Las leyes  $\wedge$  y  $\vee$  cumplen las propiedades idempotente, conmutativa y de absorción, y  $\wedge$  es distributiva respecto a  $\vee$ .
- $\bigcup_i D_i = D$

Por tanto  $D(P)$  tiene estructura de retículo superior, o lo que es lo mismo, tiene estructura lógica de árbol.

Puesto que la estructura lógica de árbol representa conocimiento estructurado en álgebra de clases, y por lo tanto en álgebra de BOOLE, dicho conocimiento está estructurado a través de los operadores "y" y "o" y "no" del álgebra de las proposiciones, que hemos representado por los símbolos  $\cdot$   $+$  y  $-$ , y por lo tanto se puede extraer conocimiento formando expresiones lógicas con dichos operadores y elementos del árbol.

Así por ejemplo, el árbol simplificado de dependencia jerárquica en una empresa podría adoptar la forma:



donde A, B, C, ..., K son órganos o puestos de trabajo. Equivale a la expresión lógica:

$$A.B.E + A.B.F. + A.C.G. + A.C.H. + A.C.I. + A.D.J. + A.D.K.$$

donde el símbolo . equivale a  $\wedge$  y + a  $\vee$ .

Simplificando, y prescindiendo del punto . como en álgebra ordinaria:

$$A B (E + F) + A C (G + H) + A D (J + K)$$

#### El sistema organizativo de la empresa como sistema experto

Para conseguir el funcionamiento óptimo de la empresa se han de realizar una serie de funciones en íntima conexión e interrelación, en armonía con los recursos disponibles, limitados.

Todo ello supone que la empresa ha de tener una organización, cuyo marco es esa estructura funcional.

La estructura de la empresa surge como consecuencia de la necesidad de agrupar funciones afines y de la interconexión existente entre esas macrofunciones, que a su vez se descomponen en otras funciones de menor rango también interconectadas, y éstas a su vez en otras inferiores en un proceso iterativo hasta llegar a las funciones más elementales. De esta manera, y a tenor de lo indicado

en el punto relativo a la generación de la estructura de árbol, habríamos creado el árbol funcional de la empresa.

La agrupación de funciones para formar macrofunciones equivale a definir una propiedad común a todas ellas, que a su vez se descompone en otras en un proceso iterativo hasta llegar a los niveles inferiores. Teniendo en cuenta que estas propiedades definen un conjunto completo de propiedades  $P$  del dominio de conocimiento representado por la organización de la empresa, según la proposición establecida en este mismo punto, se verifica que el conjunto de subdominios de conocimiento asociado a  $P$  tiene estructura de retículo superior, de árbol: "el árbol funcional de la empresa", que es el que intentamos almacenar en la base de conocimiento del sistema con su propia estructura reticular, y en concreto de árbol lógico, el árbol de macrofunciones o de puestos de trabajo de la empresa.

El árbol funcional presenta nudos y ramas. Los nudos representan puestos de trabajo, y las ramas que enlazan nudos representa la dependencia orgánica o jerarquización de puestos de trabajo.

Esta jerarquización equivale a una relación de ordenación  $R_o$ , y el árbol funcional se puede representar por  $\{F, R_o\}$  donde  $F$  es el conjunto de las funciones (macrofunciones) de la empresa.

En el árbol funcional  $\{F, R_o\}$  se puede establecer una relación de equivalencia  $R_e$ , para tener en cuenta la equivalencia orgánica de puestos de trabajo, de tal manera que  $\{F, R_o, R_e\}$  representa un árbol evaluado.

Así, podríamos ir considerando otras relaciones binarias tal como hicimos anteriormente para completar y tener en cuenta toda la problemática organizativa de la empresa, y en definitiva crear el sistema organizativo.

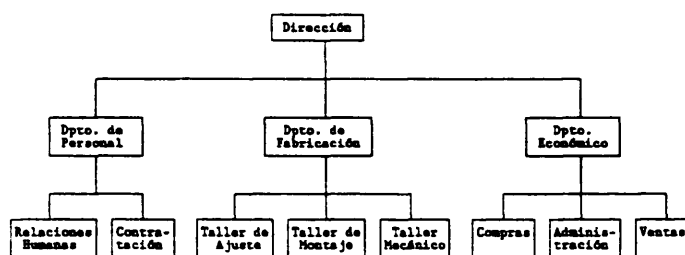
Pues bien, todo este conocimiento organizativo, específico, puede ser almacenado y procesado por técnicas de inteligencia artificial construyendo un sistema experto.

#### **VII.6. BASE DE CONOCIMIENTO DEL SISTEMA**

La base de conocimiento del sistema la crearemos a partir del conocimiento organizativo encerrado en el árbol de la estructura matemática de la empresa plasmado en el organigrama.

Almacenaremos también una base de datos relativa a la distribución de funciones concernientes a cada puesto de trabajo, y otra base de datos referente a cada uno de los trabajadores de la empresa; con todo ello tendríamos el conocimiento básico de la organización de la empresa.

Así, por ejemplo, el organigrama de una empresa concreta hasta el 2º nivel y en forma simplificada, podría ser:



- El conocimiento estructurado de esta organización se almacenaría en LISP como una lista, a la que denominaríamos BASECON (base de conocimiento).

(Dirección (Departamento-de-Personal, Departamento-de-Fabricación, Departamento-Económico)).

((Departamento-de-Personal (Relaciones-humanas, Contratación)) (Departamento-de-Fabricación (Taller-de-Ajuste, Taller-de-Montaje, Taller-Mecánico)) (Departamento-Económico (Compras, Administración, Ventas)))

A tenor de lo indicado en la Proposición, esta lista equivale a una expresión booleana en álgebra de clases.

- De esta lista podríamos extraer conocimiento; por ejemplo el conocimiento relativo al Departamento de Fabricación por medio de la función ASSOC. (ASSOC 'Departamento-de-Fabricación BASECON)

Se obtendría

(Departamento-de-Fabricación (Taller-de-Ajuste, Taller-de-Montaje, Taller-Mecánico)).

- Mediante un programa de LISP podemos generar nuevo conocimiento utilizando el conocimiento de la base de datos y las reglas de inferencia lógica como haría un experto en organización.

Conocimiento programable en este sistema experto podría ser la dependencia jerárquica entre puestos de trabajo, componentes de la organización, procedimientos administrativos, flujos de materiales, de caja, de productos, etc., pues el sistema organizativo, y por tanto el árbol jerárquico es el marco por el cual fluye la información, las decisiones y también por donde se realiza la gestión en la empresa.

#### **Distribución funcional**

Vamos a crear la base de datos relativa a la distribución de funciones, de las funciones relativas a cada puesto de trabajo.



Consideremos el conjunto de todas las funciones de la empresa, al que hemos designado por  $F$ , y sea  $P_T(F)$  el conjunto de las partes de  $F$  por las que desdoblamos en forma iterada y anidada el conjunto  $F$ .

A pesar de estar predeterminada esa distribución funcional por un proceso creativo para cada empresa, en la dinámica empresarial surgen interferencias funcionales por diversas causas, por desconocimiento o conocimiento impreciso por parte de los trabajadores de esa distribución, por intereses o apatías, por imposición del reparto funcional por algún componente de la organización, por razones de optimización en un instante determinado, etc., y en particular se producen interferencias para aquellas funciones no predeterminadas que inevitablemente surgen en la dinámica empresarial, que obligan en muchos casos a una remodelación de la empresa, y en otros a una incorporación coyuntural, hasta nueva reestructuración, a la distribución orgánica y funcional de la empresa.

Para evitar o paliar al menos la indeterminación inherente a toda organización las empresas complejas y bien organizadas disponen o deberían disponer de un manual de funciones donde figurarán las funciones asignadas a cada órgano, a cada puesto de trabajo, de la empresa.

Esa distribución funcional es la que intentamos incorporar a la base de conocimiento creando una base de datos funcional que pueda ser consultada por cualquier componente de la organización.

Ese conocimiento funcional puede ser almacenado en lenguaje LISP por medio de la función PUT, y puede ser extraído o listado por la función GET. El sistema funcionaría por tanto como un experto en organización al que se le puede consultar sobre aspectos organizativos o problemas relacionados con la dinámica organizativa y funcional de la empresa.

La forma general de la función PUT sería (PUT identificador propiedad valor) donde "identificador" sería por ejemplo el nombre de una persona de la organización, o de un puesto de trabajo (Departamento, taller, sección, oficina, etc.), en definitiva un identificador que cumple determinadas propiedades, y "propiedad" sería detalles, aspectos, cualidades, etc., en suma datos o singularidades del identificador, cuya cuantificación o cualificación quedaría determinada por el argumento que hemos designado como "valor".

Por ejemplo, tomando como identificador el taller mecánico de la empresa, y como propiedad las funciones asignadas a ese órgano, cuyos valores podrían ser tornear, fresar, soldar, etc.; ese conocimiento pasaría a la base de conocimiento así

(PUT 'Taller-mecánico 'Funciones '(tornear, fresar, soldar, ...))

Para extraer una propiedad relativa al identificador utilizaríamos la siguiente expresión

(GET identificador propiedad)

Referido al ejemplo del Taller mecánico y a la propiedad que hemos indicado Funciones, sería

(GET 'Taller-mecánico 'Funciones)

Siguiendo ese esquema de programación en lenguaje LISP podemos incorporar y extraer de la base de conocimiento todas las propiedades que deseemos de la organización, relativas a determinados indicadores. Igualmente si una propiedad ha perdido interés puede ser eliminada fácilmente de la base de conocimiento mediante la función REMPROP.

Así si queremos eliminar la propiedad Funciones en el ejemplo anterior, lo programaríamos así

(REMPROP 'Taller-mecánico 'Funciones)

En un planteamiento general y referido a la distribución funcional y dependencia orgánica de puestos de trabajo podríamos almacenar en la base de conocimiento los siguientes datos o propiedades relativas a los órganos o dependencias de la empresa.

Identifi- cador	Propiedades					
	Jefe	Órganos subordinados	Personas subordinadas	Órgano superior	Jefe superior	Funciones
(Órgano o dependencia)	(nombre y apellidos)	(Relación de órganos)	(Relación de personas)	(nombre del órgano o dependencia)	(nombre y apellidos)	(Relación de funciones)

Con las funciones PUT y GET podemos almacenar y listar, respectivamente, los valores relativos a cada una de las propiedades de los identificadores de la organización que puedan tener interés.

Si deseamos listar todas las propiedades de un identificador lo haríamos mediante la función PLIST utilizando el identificador como argumento.

En el ejemplo anterior sería

(PLIST 'Taller-mecánico)

#### **Distribución de trabajadores de la empresa**

Cada trabajador de la empresa ocupa un puesto de trabajo existiendo una aplicación biyectiva entre el conjunto representado por la plantilla de la empresa y el conjunto de puestos de trabajo reflejado en el organigrama.

Tal como hemos hecho en el punto anterior es posible crear una base de datos relativa a los trabajadores de la empresa. El problema es semejante al de la distribución funcional.

El "identificador" sería el nombre y apellidos de cada trabajador, y las "propiedades" todas sus circunstancias relativas al puesto de trabajo, títulos o conocimientos específicos, edad, situación familiar, dirección y teléfono, etc., y los "valores" los datos concretos de cada propiedad.

El esquema de datos a almacenar en la base de conocimiento podría ser

Identificador	Propiedades					
	Puesto de trabajo	Títulos o conocimientos	Edad	Situación familiar	Dirección	Teléfono
(Nombre y apellidos del trabajador)	(nombre del puesto de trabajo)	(relación de títulos o conocimientos)	(nº de años)	(casado o soltero, nº de hijos, etc.)	(calle y nº, ciudad)	(nº del teléfono)

Así por ejemplo, si un trabajador llamado Juan López García es Ingeniero Industrial, Licenciado en Ciencias Económicas y Licenciado en Informática, almacenaríamos esa información en la memoria del sistema así

(PUT 'Juan-López-García 'Títulos '(Ingeniero-Industrial, Licenciado-en-Ciencias-Económicas, Licenciado-en-Informática))

Igualmente listaríamos los títulos de Juan López García mediante la expresión  
(GET 'Juan-López-García 'Títulos)

Con la función PLIST listaríamos todos los datos, todas las propiedades así  
(PLIST 'Juan-López-García)

## VII.7. INFERENCIA LÓGICA

En el punto anterior hemos creado la base de conocimiento del sistema. En este vamos a crear los mecanismos por los cuales se puede inferir conocimiento a partir del contenido en la base de conocimiento, que a su vez puede ser almacenado en la propia base, si se desea, de tal manera que el propio sistema realizaría una función de aprendizaje inherente a todo sistema experto.

Como no intentamos desarrollar íntegramente un sistema experto sino más bien sentar las bases por medio de las cuales sería posible crear un sistema experto en organización, nos limitaremos exclusivamente a algunos aspectos de la organización relacionados con la dependencia orgánica de puestos de trabajo.

### **7.1. Dependencia orgánica en la empresa**

La ordenación de un conjunto de números reales es tarea importante y de gran utilidad en teoría de números y en general en programación de ordenadores (ordenación de operarios por productividad, por sueldo, por absentismo al trabajo, etc.), como lo es la dependencia orgánica o jerarquización de puestos de trabajo en teoría de la organización, y en concreto en el estudio que estamos haciendo de la estructura matemática de la empresa y de su interpretación como un sistema experto.

Así una lista extraída del árbol de dependencia orgánica de la base de conocimiento define un conjunto de puestos de trabajo ordenados jerárquicamente de cabeza a cola.

El árbol de dependencia orgánica cuya estructura reticular se ha incorporado a la base de conocimiento encierra conocimiento organizativo que puede ser manipulado y extraído de la base de conocimiento utilizando el lenguaje LISP como herramienta de programación.

## 7.2. Ordenación jerárquica de puestos de trabajo

Dado un conjunto  $C = \{X_1, X_2, \dots, X_N\}$  de elementos del árbol, si  $C$  es un conjunto totalmente ordenado por la relación  $R_0$ , y completo, sus elementos se pueden ordenar jerárquicamente y ser extraídos de la base de conocimiento en forma de lista jerarquizada.

En efecto, los elementos de  $C$  son nudos del árbol representando cada uno un puesto de trabajo, y la relación de jerarquización  $R_0$  en la estructura matemática de empresa es una relación de ordenación que enlaza elementos del árbol en forma de lista expresando la dependencia orgánica y superioridad de unos puestos de trabajo sobre otros, que cumple las propiedades reflexiva, antisimétrica y transitiva.

Se puede definir, como consecuencia, una función en lenguaje LISP que denominaremos SUPERIOR que represente la superioridad orgánica de unos puestos de trabajo respecto de otros, que incorpore las propiedades indicadas y, que sería, por tanto, equivalente a la relación de orden  $R_0$ . Esta función SUPERIOR pasaría a formar parte del compilador en LISP, pues con ella sería posible la ordenación jerárquica de puestos de trabajo de un conjunto  $C$  y su escritura por medio de la función PRINT en forma de lista jerarquizada.



Por medio de esta función SUPERIOR expresamos que un puesto de trabajo  $X_i$  es superior o de mayor nivel que otro  $X_j$  (mayor o igual pues cumple también la propiedad reflexiva).

La función SUPERIOR es equivalente al  $\geq$  de comparación de números, y desempeña para los elementos de la base de conocimiento BASECON de la organización de la empresa, el mismo papel que GREATERP (mayor o igual) en problemas de programación de teoría de números, y lo mismo que esta función permite ordenar números la función SUPERIOR hace posible la jerarquización de elementos de la base de conocimiento.

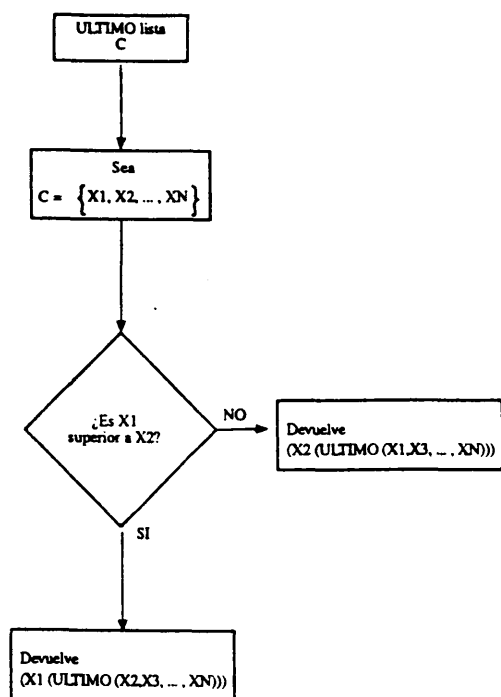
Una vez jerarquizados pueden ser extraídos en forma de lista jerarquizada.

Con este planteamiento el programa LISP para ordenar los elementos de C es semejante al problema de ordenar números en sentido decreciente. El proceso constaría de dos partes; en una 1ª etapa llevaríamos el elemento de menos nivel al final de la lista definida por el conjunto C, al último lugar; después, en una 2ª etapa repetiríamos el proceso anterior en forma iterada con todos los elementos de C que van quedando, aún sin ordenar, de tal manera que en la última iteración sólo quedaría un elemento que sería el de más nivel, y que aparecería en el primer lugar de la lista. Habría terminado el proceso de ordenación de la lista definida por los elementos de C.

Para programar estas dos etapas en lenguaje LISP hemos de definir dos funciones. Una para realizar la 1ª etapa que designaremos por **ÚLTIMO**, y otra que es la correspondiente a la 2ª etapa que llamaríamos **ORDENAR**. Ambas funciones las incorporaríamos al compilador en LISP tal como habíamos hecho con la función **SUPERIOR**.

Con la función **ÚLTIMO** llevaríamos el elemento de menos nivel al final de la lista, "hundiríamos el elemento". Para ello iríamos aplicando la función **SUPERIOR** a cada par de elementos desde la cabeza de la lista a la cola, para situar el de más nivel en el primer lugar de la pareja, y con el segundo elemento del par formar pareja con el siguiente elemento, y así en forma iterada hasta llegar al último par, con lo cual habríamos "hundido" el elemento de menos nivel al final de la lista, pasándolo al último lugar.

El diagrama de flujo de este proceso sería



La definición de **ÚLTIMO** para 3 elementos sería por tanto

```

(DEFUN ÚLTIMO (LISTA-C)
  ((SUPERIOR (CAR LISTA-C) (CADR LISTA-C)
    (CONS (CAR LISTA-C) (ÚLTIMO (CDR LISTA-C))))
  (T (CONS (CADR LISTA-C)
    (ÚLTIMO (CONS (CAR LISTA-C) (CDDR LISTA-C)))))))
  
```

La función **ÚLTIMO** intercambia los elementos por parejas, de manera que en dos aplicaciones de **ÚLTIMO** se ordena una lista de tres elementos. Hacemos notar que la función ha de trabajar con cada uno de los elementos de la lista en cada llamada a **ÚLTIMO**.

Vamos a definir ahora la función **ORDENAR** mediante el mismo procedimiento de la función **ÚLTIMO**.

Iremos hundiendo cada uno de los elementos de la lista **C** en forma iterada mediante un bucle (una función **LOOP**). Para ello necesitamos saber el número de elementos de la lista a "hundir", o lo que es lo mismo, el número de iteraciones a realizar, que determinaremos por la función **LEN** que nos da la longitud o número de elementos de la lista **C**.

El programa relativo a la función **ORDENAR** sería por tanto

```
(DEFUN ORDENAR (LISTA-C)
  (SETQ N (LEN LISTA-C))
  (LOOP (UNTIL (EQ N 1) ) LISTA -C)
  (SETQ LISTA-C (ÚLTIMO LISTA-C))
  (SETQ N (PLUS N - 1))))
```

### VII.7. BÚSQUEDA DE CONOCIMIENTO

El tercer problema de inteligencia artificial al que nos referíamos en el punto VII.5., el de la búsqueda de conocimiento de la base de conocimiento, fue abordado allí por medio de la función ASOCC y de las funciones GET y PLIST.

Ahora analizaremos otros aspectos de búsqueda de conocimiento.

Dado un conjunto C de elementos del árbol, ordenado o no totalmente, es posible encontrar en la base de conocimiento por lo menos un elemento Z del que dependen todos los elementos de C, y, por tanto, Z es Jefe u órgano superior de todos los elementos de C.

En efecto, desde un punto de vista conceptual sabemos que un árbol es un conjunto dirigido, y en concreto lo es el árbol organizativo A de la empresa que hemos almacenado en la base de conocimiento con su propia estructura de árbol.

Por tanto

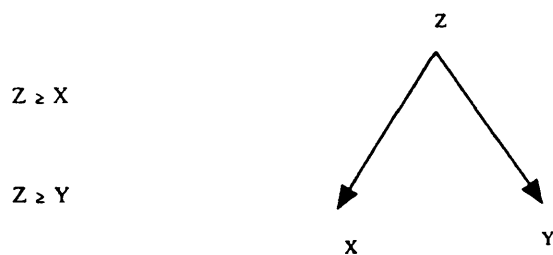
$$\forall X, Y \in A \quad \exists Z \in A /$$

Z es superior de X

y

Z es superior de Y

o, lo que es lo mismo, gráficamente y con símbolo de  $\geq$



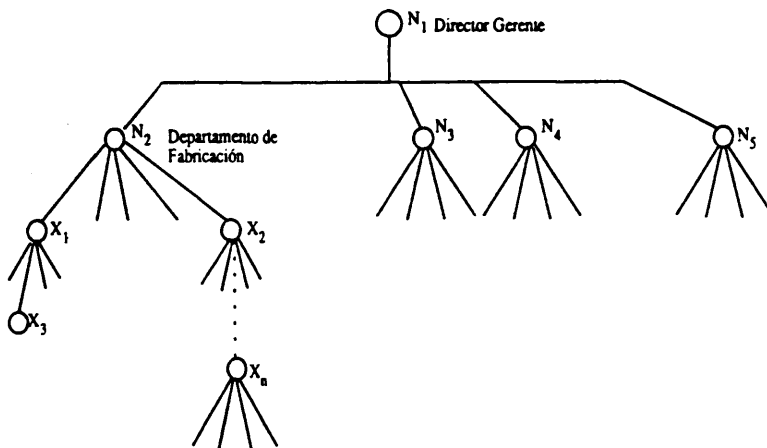
Por tanto  $\{Z\} \cup C$  es un subárbol y como consecuencia es un conjunto dirigido, siendo Z elemento superior de todos los elementos de C. Habríamos encontrado un elemento Z que es Jefe de todos ellos.

Por tanto, es posible programar una función que designamos por JEFE que incorporáramos al compilador en LISP para poder determinar el Jefe o Jefes de todos los elementos de un conjunto C.

Sea  $C = \{X_1, X_2, \dots, X_N\}$

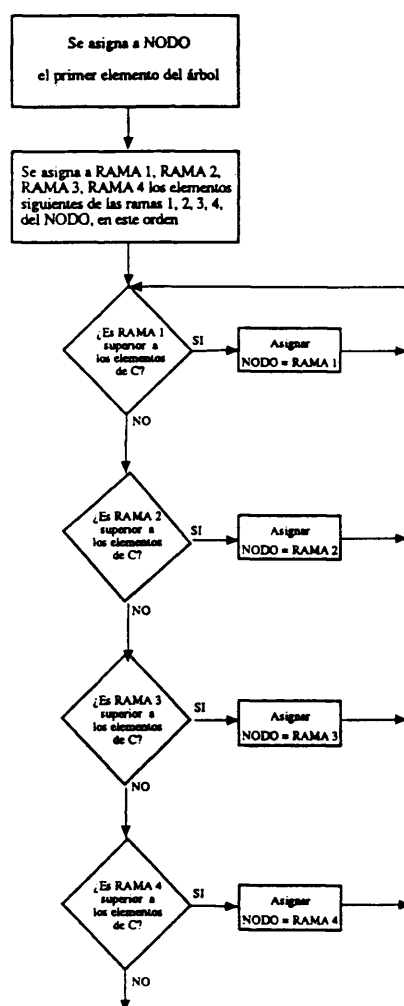
La función JEFE la definimos a partir de la función SUPERIOR, sería muy fácil de programar. Partiremos de la cabeza del árbol que es JEFE de todos los elementos e iremos descendiendo en el árbol determinando JEFES de niveles sucesivos cada vez de menor orden hasta llegar al nivel inferior, del cual dependen en primera instancia todos los elementos del conjunto C.

Para fijar ideas consideremos el árbol de una empresa en el que hemos representado los elementos del conjunto C que suponemos son órganos del Departamento de Fabricación



En este ejemplo sólo hay dos Jefes:  $N_1$  (raíz del árbol) que es el Director Gerente, y  $N_2$  (Jefe del siguiente nivel), que es el Director del Departamento de Fabricación. Los elementos del conjunto C representarían puestos del nivel inferior, Jefe de taller, Jefe de sección...

El diagrama de flujo general para una empresa tipo con un árbol de cuatro ramas desarrollado en forma iterrada, y un conjunto C cualquiera sería:





Si observamos el diagrama de flujo vemos que en cada respuesta afirmativa de los nudos de decisión asignamos al NODO correspondiente una rama relativa a ese nodo que representa un Jefe. Este proceso iterado nos va proporcionando sucesivamente los elementos superiores de C, y por tanto los JEFES sucesivos, hasta llegar al de menos nivel del que dependen en primera instancia todos los elementos de C.

## CONCLUSIONES

Consideramos que las aportaciones fundamentales de esta tesis al campo de la organización científica son las siguientes:

- Formulación matemática de la organización formal de la empresa y de su estructura.
- Enfoque matemático de la dinámica organizativa de la empresa en una visión multisistema de integración.
- Formulación matemática de la organización informal-borrosa de la empresa en el marco de las lógicas difusas.
- Cuantificación entrópica de la degradación organizativa de la empresa en la dinámica empresarial.
- Estudio matemático de la estabilidad organizativa de la empresa partiendo del concepto de estabilidad de Liapunov.
- Enfoque matemático de las crisis organizativas en la empresa.

- Formulación matemática del fenómeno explosivo en la dinámica organizativa y empresarial a partir de ondas de choque y de la teoría de las catástrofes de René Thon.
- Estudio matemático del crac organizativo y de la reestructuración empresarial.
- Enfoque matemático y formalización de principios generales de inteligencia artificial para modelizar el sistema organizativo de la empresa como sistema experto.
- Extensión de resultados a las organizaciones en general.

---

Tomando como punto de partida y referencia las aportaciones científicas generales reflejadas en estas conclusiones, y las ideas concretas vertidas en cada capítulo de la tesis, previo desarrollo exhaustivo de todos ellos y de los aspectos no estudiados o analizados en forma incompleta (influencia de la política de Estado, Sindicatos, Consejos de administración, etc.), pensamos que sería posible obtener como resultado una teoría interdisciplinar de la organización empresarial formalizada matemáticamente.

## BIBLIOGRAFÍA

ABELLANAS, M./LODARES, D.- Algoritmos y grafos.

Rama, 1990

ABRAMSON, N.- Information and coding.

Mc Graw-Hill, 1966

AGUILAR, F.- Los explosivos y sus aplicaciones.

J.E.N. 1972

AGUILAR, J.- Termodinámica y mecánica estadística.

Aguilar. 1965

ARACIL, J.- Introducción a la dinámica de sistemas.

Alianza Universidad Textos. 1983

ARNOL, V.I.- Teoría de las catástrofes.

Alianza Universidad. 1986

AUBERT KRIER, J.- La gestion de l'entreprise.

PUF. 1961

AURAY, J-P./DURN, G.- Problemes d'économie mathématique.

Economica. 1977

BALANDIER, G.- El desorden, la teoría del caos y las ciencias sociales.

Gedisa. 1989

BERTALANFLY, L./ROSS ASHBY...- Tendencias en la teoría general de sistemas.

Alianza Editorial. 1978

BHATTACHARYYA, S.P.- Robust stabilization Against structured perturbations.

Springer-Verlag. 1987

BONACICH, P.- The common structure graph: Common structural features of a set of graphs.

Matematical Social Sciences. 1982

BRUTER, C.P.- Topologie et preception.

Recherches Interdisciplinaires. 1977

BUENO CAMPOS/CRUZ ROCHE/DURÁN HERRERA.- Economía de la  
Empresa.  
Pirámide. 1984

CAMPS/CARRILLO/CUEVAS...- Estructura de la información.  
Interciencia. 1970

CARROLL, C./WEI, J.- Risk return and equilibrium an extension.  
The Journal of Bussines. 1988

CLAYCOMBE, R.J.- Spatial retail markets.  
International Journal of Industrial Organization. 1991

CUENA, J.- Lógica Informática.  
Alianza Editorial. 1985

CHANDLER, A.D.- Stratégies y structures de l'enterprise.  
Les editions d'organization. 1984

DE GREENE.- La organización adaptable.  
Trillas. 1989

DEMERS, M.- Investment under uncertainty, irreversibility and the arrival of  
Information over.  
The Review of Economic Studies. 1990

DENIS, H.- Structure matricielle et gestion de projets d'ingénierie.  
E.P. de Montreal. 1983

DRAGO, R.- Competition and cooperation in the workplace.  
Journal of Economic Behavior & Organization. 1990

ETKIN, J./SCHVARSTEIN, L.- Identidad de las Organizaciones.  
Paidos. 1989

ETZIONI, A.- Les Organisations modernes.  
Duculut. 1982

FORRESTER, J.W.- Principles of sistems.  
Wriqh-Allen Press. 1968

FRIEDMAN AVNER.- Mathematics in Industrial problems. Part. 2.  
Springer-Velag. 1988

FROST, R.- Bases de Datos y Sistemas Expertos.

Díaz de Santos. 1989

FUSTER, B.- Les interactions spatiales en économie.

Sysey. 1979

GARCÍA, C.B./ZANGWILL, V.I.- Pathways to solutions, fixed Points and equilibria.

Prentice-Hall. 1981

GEORGESEN, R.- The entropy law and the economic process.

Harvard University Press. 1971

GIL ÁLVAREZ, P.- Teoría Matemática de la Información.

I.C.E. 1981

GOTTINGER, H.W.- An information theoretic approach to large economic organizations.

Mathematical Social Sciences. 1981

GRAHAM, I./UEWELYM, P.- Expert systems, knowledge, uncertainty and decision.

Chapman and Hall. 1988



HAGE, J.- Theories of organizations.

Wiley. 1980

HARMAN, P./KING, D.- Aplicaciones de la inteligencia artificial en la actividad empresarial.

Díaz de Santos. 1988

HERVAS, P.- Sistemas disipativos marcofianos.

Tesis. Universidad de Valladolid. 1975

HERVAS, P./LARIO, S.- Estructura matemática de la empresa.

Libro homenaje Prof. Vegas. 1982

HIRSHLEFER, J.- The technology of conflict as an economic activity.

American Economic Review. 1991

HIRSCH/SMALÉ.- Ecuaciones diferenciales, sistemas dinámicos y álgebra lineal.

Alianza Universidad. 1983

KALIKA, M.- Structures d'entreprises.

Economica. 1988

KALIKA, M.- Contribution à la connaissance de la structure organizationnelle.

Thèse d'état. Bourdeaux. 1984

KAST, F.E./ROSENZWEIG.- Organizations and Management.

Mc. Graw-Hill. 1985

KAUFMANN, A./GIL ALUJA, J.- Las matemáticas del azar y de la incertidum-

bre.

C.E.R.A. 1990

KEESEE, J.W.- Introducción a la topología algebraica.

Alhambra. 1971

KIM, K.H./ROUSK, I.W.- Social systems analysis.

Mathematical Social Sciences. 1982

KOLMOGOROV, A.N./FORMIN.- Elementos de la teoría de funciones y del

análisis funcional.

Mir. 1975

KRAAIGEVANGER, A.- A characterization of Lyapunov diagonal stability

using Hadamard Product.

Linear-algebra and its applications. 1991

KUNTZMANN, J.— Théorie des réseaux, graphes.

Dunod. 1972

LICHNEROWICZ, A./PERROUX, I./GODOFFREG.- Structure et dynamique  
des systèmes.

Recherches Interdisciplinaires. 1976

LIONS, J.L.- Remarques sur l'étude de quelques grands systèmes.

Serie in Applied Mathematics. 1982

LIN, M.- Approche socio-technique de l'organisation.

Editions d'organisation. 1983.

LUSSATO, B.- Introduction critique aux théories des organisations.

Dunod. 1972

LUSSATO, B.- Les structures de l'entreprise.

Série tables. Editions d'organisations. 1981

MAKAROV, V.L./RUBINOV, A.M.- Mathematical theory of economic, dyna-  
mic and equilibria.

Springer-Verlag. 1977

MERTENS, J.F.- Stable equilibria-reformulation.

Mathematics of Operations Research. 1989

MINTZBERG, H.- Structure et dynamique des organizations.

Editions d'organization. 1987

MINTZBERG, H.- The structuring of organizations.

Prentice-Hall. 1979

MOORE, W.- Química. Física. Tomo 1.

Uruso. 1978

PALOMBA, G.- Física Económica.

Giannini. 1966

PEDRAGLIO, G.- Systèmes d'organization et management moderne.

Dunod. 1981

PFLUNMANN, E./UNGER, H.- Análisis funcional.

Alhambra. 1974

POSTON, T./STEWART, I.- Catastrophe Theory and its applications.

Pitman. 1978

PRIGOGINE, I.- Introduction à la thermodynamique des processus irréversibles.

PRIGOGINE, I./ALLEN, P./HERMAN, R.- The evolution of complexity and the laws of nature.  
Pergamon. 1977

RAZOUMIKHINE, B.- Modeles physiques et méthodes de la théorie de l'équilibre en programmation et en économie.  
Mir. 1978

REIX, R.- La flexibilité de l'entreprise.  
Thèse Montpellier. 1985

SAUNDERS, P.T.- Una introducción a la teoría de catástrofes.  
Siglo XXI. 1983

SHAMES, I.- La mecánica de los fluidos.  
Castillo. 1967.

SICONOLFI, P.- Sunspot equilibria and incomplete financial markets.  
Journal of mathematical Economics. 1990

SIMERAG, J.P.- La structure de l'entreprise.

E.M.E. 1987

SORENSEN, A.B.- Mathematical model in sociology.

Annual Review of sociology. 1988

THOM, R.- Stabilité structurelle et catastrophes.

I.H.I.S. 1976

TOURETZKY, D.- Introducción al cálculo simbólico, Lips.

Díaz de Santos. 1986

TRILLAS, E.- Conjuntos Borrosos.

Vicens-Vives. 1980

TRIST, E.L.- Organizational choice.

London Tavistock. 1963

VAN DER VEN, A.H.- A framework for organization assessment.

Academy of Manegement Review. 1986

VAN DOORN, J.- Economía del desequilibrio.

MacMillan. Vicens Vives. 1978

WISSLER, M.- Intégrer la gestion de la qualité à la gestion stratégique de l'entreprise.

VI Journées nationales des I.A.I. Lyon. 1982

WOODCOCK, A./MONTE, D.- Catastrophe theory.

Penguin Books. 1978

ZARELLI, A.- Fundamentos de organizacion y dirección general.

Deusto. 1990

ZEEMANN.- Catastrophe theory.

Addison-Wesley. 1977